

OSVETLJENJE U ZGRADARSTVU

Informacije o okruženju čovek u velikoj meri opaža čulom vida. Ono dominira nad ostalim čulima u smislu da ako više njih prima nadražaj od istog događaja mozak najčešće najviše “veruje” čulu vida.

Na prenos svetlosnih informacija utiču:

1. karakteristike izvora svetlosti koji osvetljava okolinu
2. optičke karakteristike predmeta
3. karakteristike ljudskog oka

Obezbediti svetlosnu udobnost znači optimizovati stvaranje, prenos i opažanje svetlosti u prostorijama. To dalje znači da osoba u prostoriji može neometano da obavlja poslove za koje je vid najvažniji način opažanja.

Osim neometanog obavljanja posla, za stambenu udobnost su važni i psihološki i zdravstveni aspekti osvetljenosti zgrada zato što adekvatno osvetljenje:

- Eliminise strah u okruženju gde se očekuje opasnost (dugi hodnici čiji kraj nije osvetljen)
- Dnevnom svetlošću podstiče osećaj za vreme
- Usmerava pažnju i olakšava orijentisanje pri kretanju u prostoru
- Daje veću ekonomsku vrednost stanu ili zgradi (osunčanost je jedan od najvažnijih faktora pri kupovini novog stana)
- Doprinosi optimizmu i potpomaže stvaranje foto-zavisnih vitamin u organizmu

1. Fizičke osobine svetlosti

Svetlost je elektromagnetni (EM) talas čija talasna dužina leži u opsegu (380-760)nm. Vrednosti 380nm odgovara ljubičasta a 760nm crvena svetlost. Svetlost jedne talasne dužine nosi pridev monohromatska. EM talasnih dužina manjih od opsega vidljive se naziva ultravioletno zračenje (UV) a većih infracrveno zračenje (IR). UV zraci imaju opseg talasnih dužina od (10-380)nm a IR od (760nm-1mm).

Svetlost se može posmatrati kao snop čestica svetlosti, fotona. Foton je kvant EM polja koji nosi najmanju vrednost energije za datu frekvenciju. Najmanji iznos energije koje neko telo može da apsorbuje ili preda EM polju frekvencije f je energija jednaka energiji jednog fotona:

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

gde je $h = 6,626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ Planck-ova konstanta, $c = 3 \cdot 10^8 m/s$ brzina svetlosti u vakuumu i λ talasna dužina. Vidimo da EM talasi većih talasnih dužina imaju manju energiju i obrnuto. Dakle u vidljivom delu spektra najveću energiju imaju fotoni ljubičaste boje a najmanju crvene.

Svetlost nastaje u atomima i molekulima prelazima elektrona sa viših na niže energetske nivoe. Da bi došlo do emisije elektroni moraju da se podignu na prazne više energetske nivoe. Za to je potrebno utrošiti energiju. Emisija svetlosti je moguća iz materije u sva tri agregatna stanja. Najčešće se odvija emisija iz čvrstog tela. Najjednostavniji način je zagrevanjem tela do crvenog (480°C-730°C) ili belog usijanja (>1400°C) čime elektrone podižemo termičkom pobudom. Tela na visokim temperaturama zrače svetlost sličnu sunčevoj. Tako obična sijalica sa volframskim vlaknom se zagreva propuštanjem el. struje na preko 2500°C. Ipak najveći deo energije (preko 99%) zagrejana tela zrače u nevidljivom IR delu spektra. Svetlost koja dopire do Zemlje na Suncu nastaje u spoljnom omotaču, fotosferi, gde je prosečna temperatura naelektrisanih čestica 5800°C. Najzastupljeniji fotoni ovog zračenja leže upravo u vidljivom delu spektra što objašnjava opseg talasnih dužina koje vidi oko.

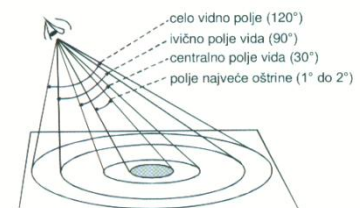
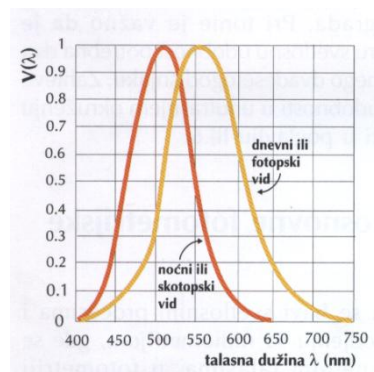
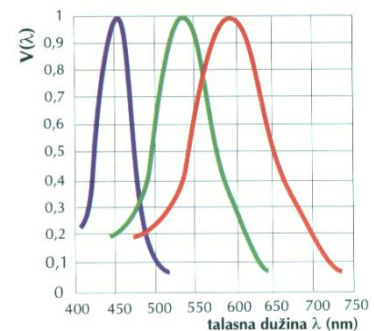
Zračenje se može dobiti iz materijala i na sobnim temperaturama stimulisanjem putem električnog polja u posebno dizajniranim elektronskim napravama koje nazivamo LED diode (light emitting diodes) i diodnim laserima. Na ovaj način se proizvodi svetlost određene boje ili bela svetlost koja predstavlja mešavina tri monohromatska talasa: crvenog, zelenog i plavog (RGB). Mogu se dobiti zračenja i van vidljivog opsega.

Neke životinje mogu da vide van pomenutog opsega (insekti i noćne životinje).

1.1 Opažanje svetlosti

Ljudsko oko spada u veoma osetljiv instrument za detekciju. Zbog toga postoji refleksna kontrola količine svetlosti koje oko prima u svakom trenutku. Za to je zadužena zenica koja predstavlja prstenast mišić sa kružnim otvorom na sredini koji se refleksno otvara i zatvara i tako reguliše protok fotona i štiti osetljive senzore svetlosti na očnom dnu. Postoje dve vrste sezora: za boje i za nijase sive. To su čepići i štapići. Čepići omogućavaju dnevni vid a štapići noćni. Ima 3 vrste čepića za tri boje: plavu, zeleno-žutu i crvenu i svaki ima najveću osetljivost na svojoj karakterističnoj talasnoj dužini (420nm, 534nm, 564nm).

U zavisnosti od boje koju opažamo zavisi jačina svetlosnog stimulusa 3 vrste čepića a centar za vid u mozgu stvara vizuelni efekat nijanse. Štapići su 100 puta osetljiviji i počinju da reaguju na stimulus od samo 6 fotona. Kriva osetljivosti $V(\lambda)$ čepića i štapića imaju maksimume na talasnim dužinama 555nm i 498nm redom, usko zvonastog su oblika što znači da je osetljivost za fotone drugih talasnih dužina brzo opada i najmanja je na krajevima intervala vidljivog spektra. Zbog toga se stvarna količina svetlosne energije koja ulazi u oko i subjektivni osećaj osvetljenosti predmeta ne poklapaju pa se koriste fizičke jedinice koje uzimaju ovo u obzir. Tako umesto jedinice W/m^2 za gustinu svetlosnog fluksa koji pada na $1m^2$ se koristi lumen/ m^2 (lm/m^2) koji se brojno razlikuje za faktor 683, a za gustinu svetlosnog fluksa koji polazi sa $1m^2$ kandela (cd). Maksimumi osetljivosti se poklapaju sa talasnom dužinom fotona kojih ima najviše u spektrima Sunca i reflektovane svetlosti Sunca sa Meseca, što znači da je naše oko, kroz vreme, evoluiralo tako da je najosteljivije na one fotone koji su najprisutniji u spektrima dnevne i noćne svetlosti. Mesečini odgovara zračenje crnog tela na 4100^0C .

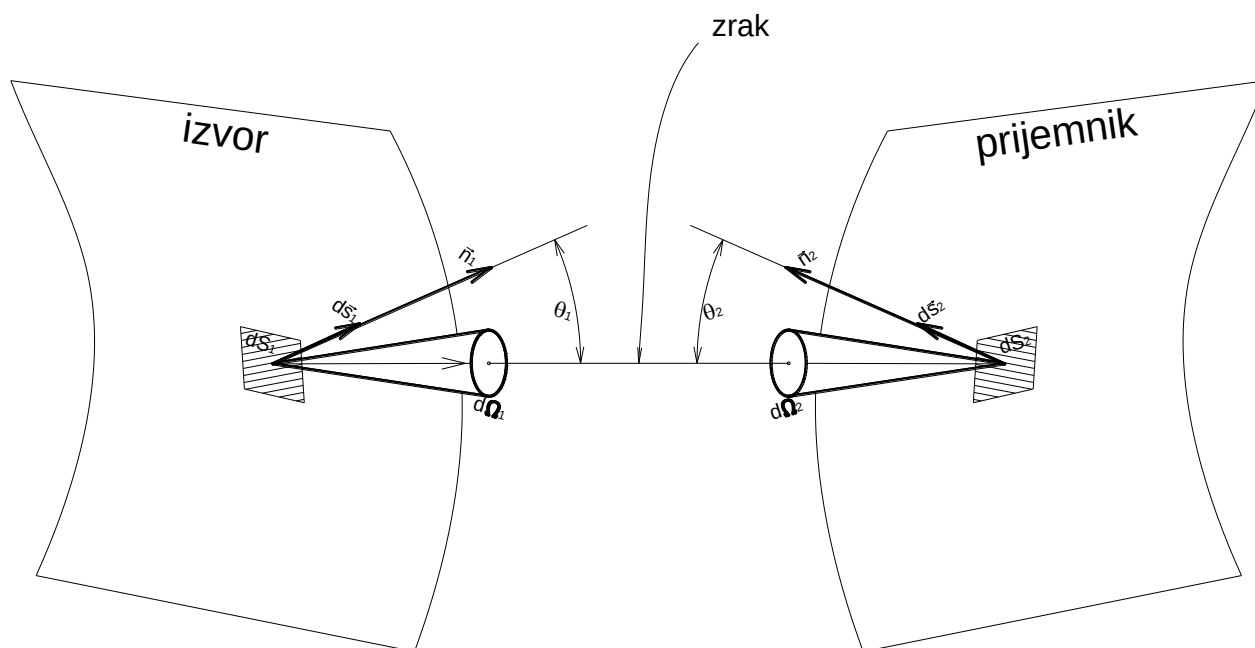


Područje u prostoru koje opaža oko je relativno veliko. U horizontalnom pravcu u visini očiju ono iznosi skoro 180^0 . Vid je veoma oštar u vidnom polju $\pm 2^0$ oko centra pogleda. Oštar u vidnom polju $\pm 30^0$. Vidno polje od $\pm 30^0$ do $\pm 90^0$ se naziva polje za prepoznavanje i posebno je osetljivo za zapažanje bočnih pomeranja i kretnji. U

vertikalnoj ravni područje opažanja iznosi oko 130° sa većim udelom ugla prema zemlji.

1.1 Zračne i svetlosne veličine

Posmatramo izvor i prijemnik zračenja i definišemo zračne veličine.



$\vec{n}_1, \vec{n}_2$ – vektori normala na elementarno male površine dS_1 i dS_2

$d\vec{S}_1, d\vec{S}_2$ – vektori elementarnih površina sa koje polazi i na koju pada zračenje redom

$d\Omega_1, d\Omega_2$ – prostorni uglovi pod kojim zračenje prolazi (pada)

Definišemo sledeće zračne veličine:

- 1) Zračna energija
- 2) Monohromatska zračna energija
- 3) Spektar zračne energije
- 4) Zračni i svetlosni fluks
- 5) Zračna emitansa
- 6) Osvetljenost i osvetljaj
- 7) Intezitet zračenja i intenzitet svetlosti
- 8) Radijansa
- 9) Gustina zračenja
- 10) Prostorni ugao
- 11) Sjaj

- 1) **Zračna energija** je energija koju izvor zrači i čini je energije svih fotona iz opsega zračenja. Oznaka: W , jedinica: $[J]$
- 2) **Monohromatska zračna energija** je energija koju čine fotoni samo jedne talasne dužine.
- 3) **Spektar zračne energije** je raspodela energije zračnog fluksa u funkciji talasne dužine ili frekvencije emitovanih fotona. Ujedno to je raspodela broja emitovanih fotona u funkciji njihove talasne dužine.

- 4) **Zračni fluks** je zračna energija koja se prenese u jedinici vremena kroz površ postavljenu normalno na pravac prostiranja. Oznaka: $\Phi = \frac{dW}{dt}$, jedinica: $[W]$.

Svetlosni fluks je količnik svetlosne energije koja se prenese u jedinici vremena kroz površ postavljenu normalno na pravac prostiranja. Jedinica $[lm]$ (lumen; $1W = 683 lm$). Svetlosni fluks u lumenima se izračunava po formuli

$$\Phi = K_s \int_{380nm}^{760nm} V(\lambda) \frac{d\Phi}{d\lambda} d\lambda, \text{ gde su } K_s = 683 lm/W, V(\lambda) \text{ funkcija spektralne osetljivosti}$$

oka po danu, $\frac{d\Phi}{d\lambda}$ je spektralni svetlosni fluks izvora svetlosti. Ako je izvor zračenja idealno crno telo na temperaturi 2043K, površine $1m^2$ onda je vrednost zračnog fluksa 2780W. 1 lumen predstavlja zračni fluks ovakvog crnog tela snage 1W. Vrednost konstante K_s za druge svetlosne izvore je: sijalica sa užarenim vlaknom 10 lm/W, fluorescentna silalica 90 lm/W, Sunce 100 lm/W. Veća vrednost za K_s znači bolju konverziju energije u svetlosnu.

- 5) **Zračna emitansa** je količnik zračnog fluksa i površine sa koje se zrači. Oznaka:

$$M = \frac{d\Phi}{dS_1}, \text{ jedinica: } [W/m^2].$$

- 6) **Osvetljenost** je količnik svetlosnog fluksa koji pada na prijemnik i površine prijemnika. Oznaka: $E = \frac{d\Phi}{dS_2}$, jedinica: $[\frac{lm}{m^2}] = [lx]$. **Osvetljaj** je količnik svetlosnog

fluksa koji polazi sa izvora i površine izvora. Oznaka $L = \frac{d\Phi}{dS_1}$, jedinica: $[lx]$ (luks).

- 7) **Intenzitet zračenja** je količnik zračnog fluksa i prostornog ugla pod kojim zrači izvor. Oznaka: $I = \frac{d\Phi}{d\Omega_1}$, jedinica: $[\frac{W}{sr}]$. **Intenzitet svetlosti** je količnik svetlosnog

fluksa i prostornog ugla pod kojim zrači izvor. Oznaka: $I = \frac{d\Phi}{d\Omega_1}$, jedinica: $[\frac{lm}{sr} = cd]$.

(sr – sterradian). Ako je izvor tačkast i izotropan njegov intezitet je $I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{\Phi}{4\pi}$.

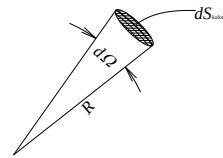
- 8) **Radijansa** je količnik inteziteta zračenja i površine postavljene normalno na pravac zračenja. ($\theta_1 = 0$). Oznaka: $L = \frac{dI}{dS_{1n}} = \frac{d^2\Phi}{dS_{1n}d\Omega_1}$, jedinica: $[\frac{W}{m^2sr}]$.

- 9) **Gustina zračenja** je količnik zračne energije i zapremine u kojoj se ona posmatra. Oznaka: $u = \frac{dW}{dV}$, jedinica: $[J/m^3]$.

10) **Prostorni ugao** je količnik površine kalote koju iseca ugao i kvadrata poluprečnika sfere koja sadrži kalotu. Oznaka:

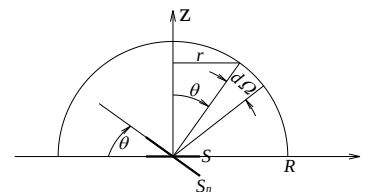
$$d\Omega = \frac{dS_{kalote}}{R^2}. \text{ Jedinica [sr]}. \text{ Pun prostorni ugao je jednak}$$

$$\Omega = \int_S d\Omega = \int_S \frac{dS_{kalote}}{R^2} = \frac{1}{R^2} \int_S dS_{kalote} = \frac{4\pi R^2}{R^2} = 4\pi \text{ [sr]}$$



11) **Sjaj** izvora S površine dS je po definiciji količnik svetlosnog fluksa $d\Phi$ izračenog u elementarni ugao $d\Omega$, koji gradi ugao θ u odnosu na normalu na površ izvora, tog prostornog ugla i površine dS_n normalne na pravac $d\Omega$.

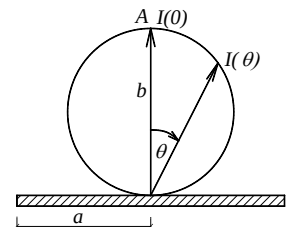
Takođe, to je količnik intenziteta svetlosti koji tačkasti izotropni izvor površine dS izrači u beskonačno mali prostorni ugao $d\Omega$ duž pravca koji zaklapa ugao θ u odnosu na normalu na površ izvora.



$$B = \frac{d\Phi}{d\Omega dS_n} = \frac{d\Phi}{d\Omega dS \cos \theta} = \frac{dI}{dS \cos \theta} \quad [\text{cd/m}^2]$$

Izvore svetlosti koje vidimo kao jednako svetle bez obzira na pravac posmatranja nazivamo **savršeno difuznim**. Primer ovakvih izvora je oblačno nebo u toku dana, luster od mlečnog stakla, fluorescentni izvori ili pak površine koje savršeno difuzno odbijaju svetlost okolnih izvora (na pr. beo list papira, itd.). Za ove izvore važi Lamberov zakon koji daje zavisnost intenziteta svetlosti i ugla pod kojim izvor zrači.

$$I(\theta) = I_0 \cos \theta$$



Ova zavisnost potiče od činjenice da sa povećanjem ugla posmatranja površina izvora koju vidi posmatrač opada (površina S posmatrana pod uglom θ ima površinu $S \cos \theta$). Da bi osvetljaj savršeno difuznog izvora $L = I/S$ ostao konstantan pri smanjenju S mora intenzitet I takođe da opada po zakonu $\cos \theta$.

Najvažnija mera svetlosne udobnosti je osvetljenost površine. Ako malu površinu dS osvetljava izotropan tačkasti izvor intenziteta I onda je njena osvetljenost:

$$E = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{I d\Omega}{dS} = \frac{I \cdot dS_{kalote} / R^2}{dS} = \frac{I \cos \theta}{R^2} [\text{lx}] \quad (dS_{kalote} = dS_n = dS \cdot \cos \theta)$$

Osvetljenost horizontalne površine od ravnomerno oblačnog neba

Odredimo osvetljenost male površine oko koordinatnog početka koja potiče od ravnomerno oblačnog neba u obliku polusferne kupole. Smatramo da nebo tada zrači svetlost kao savršeno difuzan izvor tj. svaka tačka neba ima konstantan sjaj B . Osvetljenost koja potiče od beskonačno male površine dela neba dS je beskonačno mala i iznosi:

$$dE = \frac{dI \cos \theta}{R^2} = \frac{B dS \cdot \cos \theta}{R^2}, \quad dS = dS_n$$

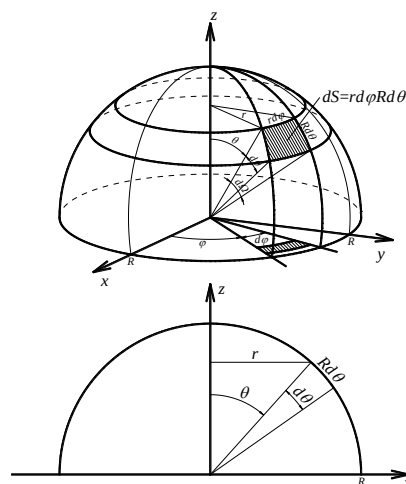
Površina $dS = r d\varphi \cdot R d\theta = R^2 \sin \theta d\varphi d\theta$ pa je

$$dE = B \sin \theta \cos \theta d\varphi d\theta$$

$$E = B \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta$$

$$E = 2\pi B \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos \theta d(-\cos \theta) = \pi B \cos^2 \theta \Big|_{\pi/2}^0 = \pi B.$$

$$\boxed{E = \pi B} \quad [lx]$$



Ako osvetljenost potiče od dela neba čiji horizont sa zenitom gradi ugao $\theta < 90^\circ$ osvetljenost je:

$$E = 2\pi B \int_{\theta=0}^{\theta} \cos \theta d(-\cos \theta) = \pi B \cos^2 \theta \Big|_{\theta}^0 = \pi B (1 - \cos^2 \theta) = \pi B \sin^2 \theta.$$

Sjaj B ravnomerno oblačnog neba zavisi od trenutne visine Sunca na nebu tj. od doba dana. Ako sa α_s obeležimo ugaonu visinu sunca iznad horizonta onda je sjaj dat empirijskim izrazom:

$$B = \frac{9}{7\pi} (300 + 21000 \cdot \sin \alpha_s) \quad [cd/m^2]$$

Sjaj je najveći kada je Sunce u toku dana u najvišoj tački na nebu. U toku godine ova tačka menja visinu i najviša je u danu kada počinje leto (letnja dugodnevnic; letnji solsticijum), oko 20 juna, i za Beograd $\alpha_s = 68,45^\circ$ a najniža kada počinje zima (zimski kratkodnevnic; zimski solsticijum), oko 21 decembra, kada je $\alpha_s = 21,55^\circ$. 20 juna najveći sjaj iznosi $8116 [cd/m^2]$ a 21 decembra $3280 [cd/m^2]$.

Visinu Sunca na nebu možemo izračunati i za bilo koji sat bilo kog dana u godini. Formula za izračunavanje je:

$$\alpha_s = \arcsin(\sin L \cdot \sin \delta + \cos L \cdot \cos \delta \cdot \cos \omega) [^\circ]$$

L- geografska širina lokacije (Beograd je na 45°)

δ -ugao deklinacije (ugao između sunčevih zraka i ekvatorijalne ravni Zemlje)

ω - satni ugao.

$$\delta = 23,45 \sin \left[\frac{360}{365} (N + 284) \right] [^\circ],$$

N -broj tekućeg dana u godini (1jan., N=1)

U dan prolećne i jesenje ravnodnevnicе $N = 81$ i $N = 263$ redom pa je $\delta = 0$.

Satni ugao zavisi od vremena u toku dana:

$$\omega = (T[h] - 12) \cdot 15^\circ, \quad T[h] - \text{vreme u satima (na pr. 14h15min=14,25h)}$$

Vrednost ugla α_s takozvano Sunčevo podne, tj. kada je Sunce najviše na nebu (Sunce je u najvišoj tački putanje u 12h samo u vreme letnje i zimske ravnodnevnicе) se izračunava po formuli:

$$\alpha_s = 90^\circ - L + \delta \quad [^\circ]$$

Za tačnu dnevnu i satnu lokaciju Sunca na nebu u toku godine potrebno je poznavati azimutni ugao γ_s . To je ugao čiji je jedan krak presek vertikalne ravni u kojoj leži Sunce na nebu i ravni horizonta a drugi pravac juga u ravni horizonta.

$$\gamma_s = \arcsin \left[\frac{\sin \omega \cdot \cos \delta}{\cos \alpha_s} \right] [^\circ]$$

Instrumenti koji mere osvetljenost E se nazivaju luxmetri pa je moguće odrediti sjaj neba preko izvedenih formula.

Osvetljenje horizontalne površine od neravnomerno oblačnog neba

Kod modela neravnomerno osvetljenog neba usvaja se da je zenit najsjajnija tačka na nebu a tačke na horizontu najtamnije. Sjaj svake tačke neba zavisi od ugla θ - visine tačke na nebu u odnosu na horizont.

Ako sjaj zenita označimo sa B_z , pomenuta zavisnost od θ glasi:

$$B = B_z \frac{1 + 2 \cos \theta}{3} \quad [cd / m^2]$$

Vidimo da je sjaj tačaka na horizontu ($\theta = \pi/2$) 3 puta manji od B_z .

Izvodimo izraz za osvetljenje male površine oko koordinatnog početka koja potiče od neravnomerno oblačnog neba u obliku polusferne kupole. Za razliku od neba konstantnog sjaja, osvetljenje u ovom slučaju glasi:

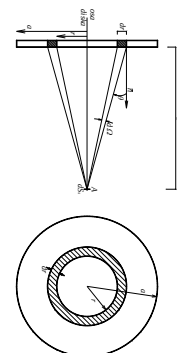
$$\begin{aligned} E &= \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi \int_{\theta=0}^{\pi/2} B \cos \theta \sin \theta d\theta = 2\pi B_z \int_{\theta=0}^{\pi/2} \frac{1 + 2 \cos \theta}{3} \cos \theta \sin \theta d\theta \\ E &= \frac{2\pi B_z}{3} \int_{\theta=0}^{\pi/2} (\cos \theta \sin \theta + 2 \cos^2 \theta \sin \theta) d\theta = \frac{2\pi B_z}{3} \int_{\theta=0}^{\pi/2} (\cos \theta + 2 \cos^2 \theta) d(-\cos \theta) \\ E &= -\frac{2\pi B_z}{3} \left[\frac{\cos^2 \theta}{2} + 2 \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_0^{\pi/2} = \frac{2\pi B_z}{3} \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right] = \frac{7}{9} \pi B_z \end{aligned}$$

Kvalitet prirodnog osvetljenja se meri kada je vreme oblačno i projektna vrednost osvetljenosti nezaklonjene ravne površine spolja je 5000 lx.

Osvetljenje horizontalne površine od difuzne svetiljke oblika diska

Osvetljenje male površine A, na rastojanju b koja potiče od savršeno difuznog izvora u obliku diska poluprečnika a se određuje sumiranjem osvetljenosti koja potiče od svake beskonačno male površine dS diska u obliku prstena poluprečnika r i debljine dr :

$$dE = \frac{dI \cos \theta}{R^2}$$



gde je R rastojanje do A i dI intenzitet svetlosti emitovane sa prstena, koji izražen preko sjaja B iznosi $dI = BdS \cos \theta$. Dakle:

$$dE = \frac{BdS \cos \theta \cdot \cos \theta}{R^2} = \frac{BdS \cos^2 \theta}{R^2}, \quad dS = 2\pi r dr, \quad R^2 = \frac{b^2}{\cos^2 \theta}, \quad r = b \tan \theta, \quad dr = d(b \tan \theta) = \frac{b d\theta}{\cos^2 \theta}$$

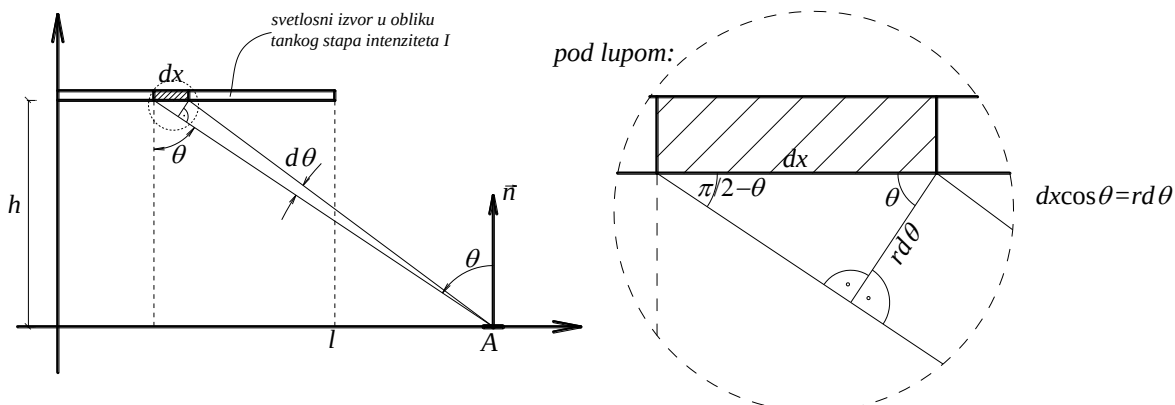
Osvetljenost koja potiče od čitavog diska E je određena sumiranjem osvetljenosti dE svih beskonačno tankih prstenova preko ugla θ

$$E = 2\pi B \int_{\theta=0}^{\theta_{\max}} \underbrace{\sin \theta \cos \theta}_{d(\sin \theta)} d\theta = 2\pi B \int_{\theta=0}^{\theta_{\max}} \sin \theta d(\sin \theta) = 2\pi B \frac{\sin^2 \theta}{2} \Big|_0^{\theta_{\max}} = \pi B \sin^2 \theta_{\max} = \pi B \frac{a^2}{a^2 + b^2} = \frac{B \cdot S_{\text{diska}}}{b^2(1 + a^2/b^2)} \cong \frac{I_n}{b^2}$$

gde je I_n intezitet svetlosti koju emituje disk u normalnom pravcu na svoju površinu. Izraz je dobijen usvajanjem da su dimenzije izvora mnogo manje od rastojanja površine koju osvetljava, tj. $a \ll b$.

Osvetljenost horizontalne površine vertikalno ispod tankog štapa

Posmatramo štap, dužine l , kao homogen svetlosni izvor i interesuje nas osvetljenost tačke A u vertikalnoj ravni ispod njega:



Polazimo od izraza za osvetljenost tačkastog svetlosnog izvora dužine dx u tački A :

$$dE_A = \frac{dI \cos \theta}{r^2}, \quad dI - \text{intenzitet svetlosti sa dela štapa dužine } dx. \text{ Pošto je štap}$$

$$\text{homogen svetlosni izvor važi proporcija: } \frac{I}{l} = \frac{dI}{dx} \Rightarrow dI = \frac{I}{l} dx \quad dE_A = \frac{I \cos \theta dx}{l r^2}$$

Doprinos svih delića štapa osvetljenosti će biti integral poslednjeg izraza. Integraciju sprovodimo po uglu θ , jer se dobija tablični integral. $r \cos \theta = h \Rightarrow r = \frac{h}{\cos \theta}$

Za izražavanje dx preko ugla θ uočimo trougao čija je hipotenuza dx , imamo:

$$dx \cos \theta = r d\theta \Rightarrow dx = \frac{rd\theta}{\cos \theta} \Rightarrow dx = \frac{hd\theta}{\cos^2 \theta} \quad \text{Sada imamo:}$$

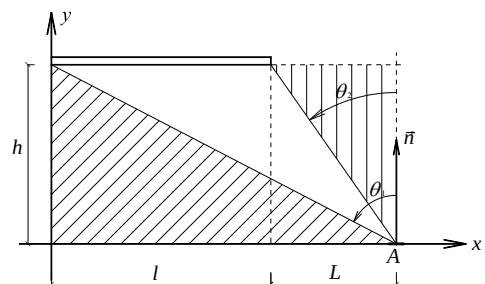
$$dE_A = \frac{I}{l} \cdot \frac{\cos \theta dx}{r^2} = \frac{I}{l} \cdot \frac{\cos \theta \cdot \frac{h}{\cos^2 \theta} d\theta}{\frac{h^2}{\cos^2 \theta}} = \frac{I}{lh} \cdot \cos \theta d\theta$$

$$E_A = \frac{I}{lh} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta \quad E_A = \frac{I}{lh} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

Sa slike imamo:

$$\sin \theta_1 = \frac{L+l}{\sqrt{h^2 + (L+l)^2}} \quad \sin \theta_2 = \frac{L}{\sqrt{h^2 + L^2}}$$

$$\text{Konačno: } E_A = \frac{I}{lh} \left(\frac{L}{\sqrt{h^2 + L^2}} - \frac{L+l}{\sqrt{h^2 + (L+l)^2}} \right)$$



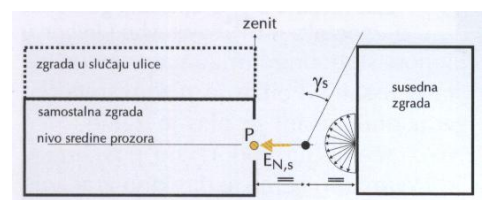
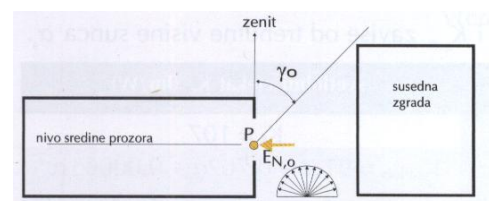
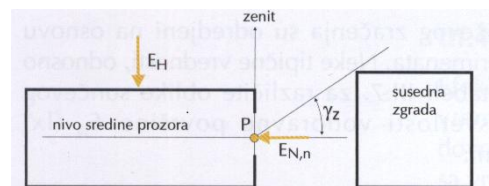
Osvetljenost horizontalnih površina na vertikalnim elementima zgrada

Osvetljenost na vertikalnim elementima se računa istim postupkom kao horizontalnih, stim što u ovom slučaju uzimamo u obzir uticaj okolnih objekata. Sa E_H i E_N obeležavamo osvetljenosti horizontalnih površina van objekta i na vertikalnoj površini, kao na slici. Izvodimo izraz za osvetljenost tačke P na sredini prozora sa slike.

Osvetljenost ima tri komponente: $E_{N,n}$ -od oblačnog neba zaklonjenog zgradom koja se vidi pod uglom γ_z , $E_{N,o}$ -okolnih objekata i $E_{N,s}$ -reflektovane svetlosti od susednih zgrada.

Komponenta $E_{N,n}$ potiče od dela oblačnog neba koje se vidi između uglova 0° i γ_z . Ugao θ merimo u odnosu na normalu na horizontalnu površinu u tački P , zenit se vidi pod uglom 0° . $B = B_z \frac{1 + 2 \cos \theta}{3}$ pa je

$$E_{N,n} = \int_{\varphi=0}^{\pi} d\varphi \int_0^{\gamma_z} B \cos \theta \sin \theta d\theta = \pi B_z \int_0^{\gamma_z} \frac{1 + 2 \cos \theta}{3} \cos \theta \sin \theta d\theta$$



$$E_{N,n} = \frac{\pi B_z}{3} \int_0^{\gamma_z} (\cos \theta \sin \theta + 2 \cos^2 \theta \sin \theta) d\theta = \frac{\pi B_z}{3} \left[\int_{\theta=0}^{\gamma_z} (\cos \theta + 2 \cos^2 \theta) d(-\cos \theta) \right]$$

$$E_{N,n} = \frac{\pi B_z}{3} \left[-\frac{\cos^2 \theta}{2} - 2 \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_0^{\gamma_z} = \frac{\pi B_z}{3} \left[\frac{1 - \cos^2 \gamma_z}{2} + 2 \frac{1 - \cos^3 \gamma_z}{3} \right] = \frac{\pi B_z}{3} \left[\frac{\sin^2 \gamma_z}{2} + 2 \frac{1 - \cos^3 \gamma_z}{3} \right]$$

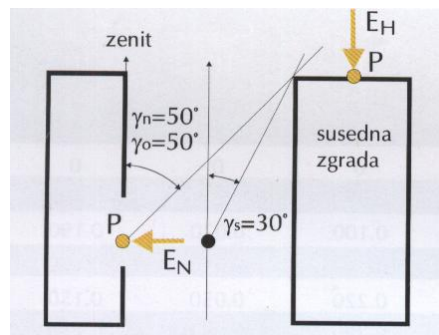
Uvodimo koeficijente C_n , C_o i C_s kao: $C_n = \frac{E_{N,n}}{E_H}$, $C_o = \frac{E_{N,o}}{E_H}$, $C_s = \frac{E_{N,s}}{E_H}$,

Sada osvetljenost tačke na vertikalnoj fasadi zgrade je:

$$E_N = E_H (C_n + r_o C_o + r_s C_s)$$

gde su r_o, r_s koeficijenti refleksije površina okoline i susednih zgrada. Vrednosti koeficijenata zavise od ugla γ_o i γ_s i dati su u tabeli:

$\gamma_z, \gamma_o, \gamma_s [^\circ]$	C_n	C_o	$C_{s, zgrada}$	$C_{s, ulica}$
0	0,396	0	0	0
10	0,353	0,05	0,02	0,20
20	0,302	0,10	0,02	0,19
30	0,244	0,16	0,03	0,17
40	0,183	0,22	0,05	0,15
50	0,125	0,29	0,06	0,13
60	0,074	0,36	0,06	0,10
70	0,034	0,43	0,05	0,07
80	0,009	0,48	0,03	0,03



Svetlosna efikasnost Sunca i neba

Ako postoje dugogodišnja merenja na nekom mestu ukupnog ili globalnog zračenja ili pak direktnog zračenja od Sunca i difuznog zračenja, od dela neba gde nije Sunce, moguće je odrediti osvetljenost horizontalne površine preko empirijskog izraza $E_H = K_{S,dir} \cdot G_{dir} + K_{S,dif} G_{dif}$ ili $E_H = K_{S,glob} G_{glob}$, gde koeficijenti K_S se naziva svetlosni efekat i zavisi od trenutne visine Sunca, α_s , preko sledećih izraza:

	Svetlosni efekat, $K_S [lm/W]$
Oblačno nebo	$K_S = 107$
Vedro nebo, globalno zračenje	$K_{S,glob} = 91,2 + 0,702 \cdot \alpha_s - 0,00063 \cdot \alpha_s^2$
Vedro nebo, direktno zračenje	$K_{S,dir} = 51,8 + 1,646 \cdot \alpha_s - 0,01513 \cdot \alpha_s^2$
Vedro nebo, difuzno zračenje	$K_{S,dif} = 144$

Uz pomoć koeficijenata C_n , C_o i C_s iz tabele možemo odrediti i osvetljenost vertikalnih površina E_N .

Faktor dnevne svetlosti (Daylight factor)

Faktor dnevne svetlosti je naziv fizičke veličine kojom ocenjujemo kvalitet prirodnog osvetljenja. Predstavlja odnos osvetljenosti neke tačke u prostoriji E_p i osvetljenosti nezaklonjene horizontalne površine spolja E_H kada je oblačno nebo:

$$DF = \frac{E_p}{E_H} \cdot 100 [\%]$$

Za E_H od oblačnog neba se usvaja 5000lx. E_p se meri na 0,85m visini od poda prostorije i opada sa povećanjem udaljenosti od prozora idući u dubinu prostorije. Zbog toga se određuje srednji količnik dnevne svetlosti DF_{sr} i najmanji DF_{min} . Ovo se odnosi na horizontalne površine koje su na rastojanju većem od 0,5m od zidova i drugih stvari u prostoriji.

U tabeli su date vrednosti DF_{sr} i odgovarajući osećaj osvetljenosti prostorije.

DF_{sr}	Osećaj osvetljenosti prostorije
<2%	Slabo osvetljenje
(2-5)%	Dobro osvetljena sa povremenom potrebom za dodatnim električnim osvetljenjem
>5%	Jako dobro osvetljena

U sledećoj tabeli su date tipične vrednosti zahtevanih prosečnih i minimalnih vrednosti DF -a

	$DF_{sr}[\%]$	$DF_{min}[\%]$
kancelarije	5	2
učionice	5	2
hodnici	1-2	0,6
dnevni boravci	1,5	0,5
spavaće sobe	1	0,3
kuhinje	2	0,6

Faktor dnevne svetlosti jako zavisi od geometrije prostorije, veličine, broja i rasporeda prozora zaklonjenosti zgrade, spratnosti tako da su razvijene empirijske metode za približno procenjivanje kvaliteta dnevne svetlosti. Tako su nastali minimalni tehnički zahtevi za zgrade koje se osvetljavaju samo prirodnom svetlošću:

- Minimalna zastakljena površina fasade iznosi (1/7-1/5) površina tlocrta prostorije
- Minimalna površina svetlarnika koji su ravnomerno raspoređeni na plafonu iznosi (1/20-1/10) tlocrta prostorije
- Visina prozorskog parapeta 0,5m
- Minimalna transmisivnost zastakljenja $\tau > 0,65$
- Maksimalna dubina prostorije manja od trostruke visine prostorije

Jedna od metoda određivanja DF -a je tzv. „protractor“ metoda koja se zasniva na šablonu kojeg postavljamo u tačku u kojoj određujemo DF na crtežu koji prikazuje vertikalni presek prostorije u srazmeri 1:50. Šablonom očitavamo razliku vrednosti



pod kojim se vidi gornja i donja ivica prozora i to predstavlja DF za posmatranu tačku.

Tabelarna metoda daje potrebnu veličinu prozora za zadatu vrednost $DF=1\%$ i visinu gornje ivice prozora mereno od poda $h_w = 1,55m$

$\gamma_0 = 30^0$			Minimalna širina prozora																
b	a	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0	4,25	4,5	4,75	5,0	5,25	5,5	5,75	6,0	6,25	6,75	7,0	7,25	7,5
2,0							1,31	1,34	1,51	1,61	1,69	1,78	1,86	1,95					
2,5								1,64	1,75	1,86	1,96	2,06	2,16	2,16	2,36	2,45			
3,0								1,97	1,98	2,11	2,22	2,34	2,46	2,57	2,68	2,79	2,91		
3,5									2,30	2,37	2,50	2,63	2,76	2,89	3,01	3,14	3,27	3,40	
4,0									2,63	2,64	2,78	2,93	3,07	3,21	3,36	3,50	3,64	3,78	
4,5										2,96	3,07	3,23	3,38	3,54	3,70	3,85	4,01	4,17	4,48
5,0										3,29	3,37	3,54	3,71	3,86	4,05	4,22	4,30	4,56	4,90
5,5										3,62	3,68	3,86	4,04	4,22	4,40	4,59	4,77	4,96	5,33
6,0										3,94	4,00	4,19	4,38	4,57	4,77	4,96	5,16	5,36	5,76
6,5										4,27	4,32	4,52	4,72	4,93	5,14	5,34	5,55	5,77	6,20
7,0										4,60	4,86	4,86	5,07	5,29	5,51	5,73	5,95	6,18	6,63
7,5										4,93	5,20	5,20	5,43	5,65	5,88	6,12	6,36	6,59	7,07
8,0										5,26	5,55	5,55	5,78	6,02	6,27	6,51	6,76	7,01	7,52

a-dubina prostorije merena u odnosu na prozor (3-8)m

b-širina prostorije (2-8)m

h-visina prostorije (h=2,7m)

Računska metoda se zasniva na **Longmorovoj jednačini** za izračunavanje DF_{sr} :

$$DF_{sr} = A_{prozora} \cdot \tau \cdot k_1 \cdot k_2 \left(\frac{C_n}{A_{dole}} + \frac{C_n \cdot \rho_{dole} + 0,05 \rho_{gore}}{A_{cel}(1 - \rho_{av})} \right) \cdot 100 [\%],$$

gde je ρ_{av} srednja vrednost koeficijenta refleksije površina prostorije:

$$\rho_{av} = \frac{A_{plafona} \cdot \rho_{plafona} + A_{poda} \cdot \rho_{poda} + A_{zida} \cdot \rho_{zida} + A_{prozora} \cdot \rho_{prozora}}{A_{cel}}$$

U tabeli su date vrednosti veličina koje se koriste za prethodnu jednačinu.

oznaka	jedinica	opis veličine	Tipična vredost
$A_{prozora}$	m^2	Prozračna površina prozora	
A_{cel}	m^2	Ukupna površina bočnih zidova prostorije	
A_{dole}	m^2	Površina donjeg dela bočnih zidova prostorije (deo ispod radne površine)	
C_n		Količnik osvetljenosti vertikalnog prozora	tabela za $\gamma_z, \gamma_o, \gamma_s$
τ		Koeficijent transmisije stakala prozora	0,55-0,70
k_1		Faktor prozorskog okvira	0,8-0,85
k_2		Faktor čistoće prozora	0,85-0,90
ρ_{av}		Prosečna reflektivnost površina u prostoriji, tj. površine A_{cel}	0,45
ρ_{dole}		Prosečna reflektivnost površina u prostoriji, tj. površine A_{dole}	0,3-0,4
ρ_{gore}		Prosečna refleksivnost površina iznad radne površine A_{gore}	0,5-0,6

Ako ima više prozora, iračunava se doprinos svakog a zatim sabiraju ovako dobijeni DF_{sr} .