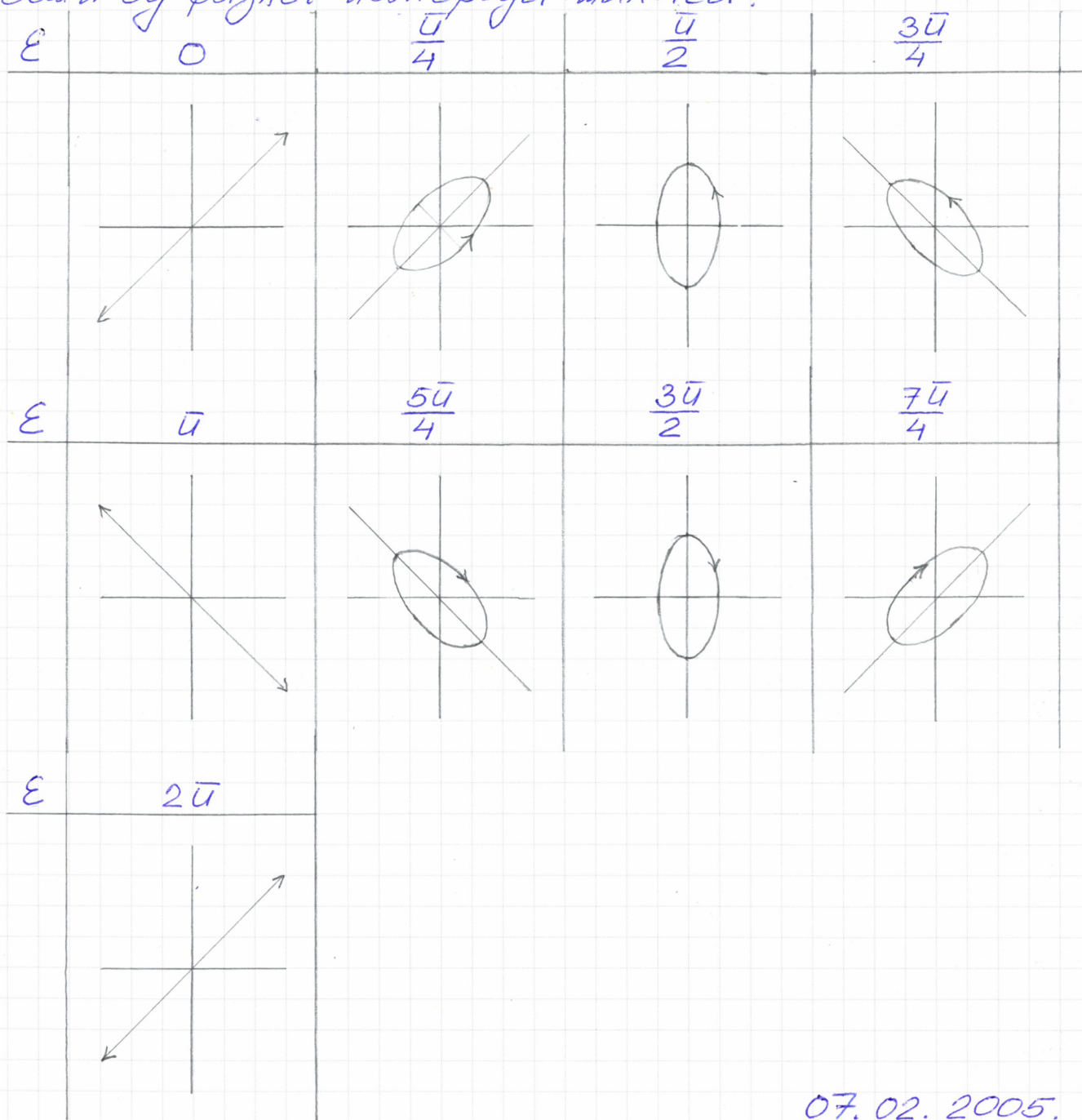


Сносци од фазног параметра шаласа.



07. 02. 2005.

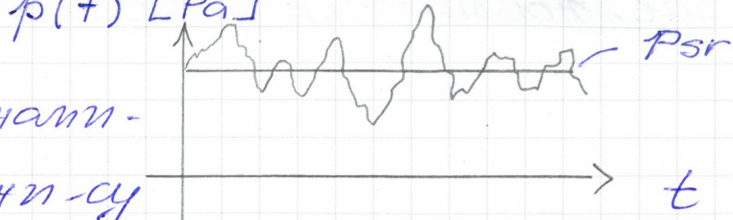
36. ТЕРМОДИНАМИКА

Термодинамика је физичка дисциплина која проучава системе са великим бројем честица (макросистеми) и енергетске трансформације унутар њих. Због бројности и природе интеракција описивање ових система није могуће на бази познавања кретања појединачних атома (молекула), већ се уводе изв. макроскопски параметри као што су температура, притисак или запремина. Ради илустрације је сложености макросистема узмемо нпр. 1 cm³ гаса

при изв. нормалним условима (притиску од $10^{13} 25 \text{ Pa}$ и температури од 0°C ($273,15 \text{ K}$)), у којем има 10^{18} молекула гаса, који се међусобно сударају (сваки молекул у просеку у току 1 секунде доживи милијарду судара).

То је веома сложен физички систем, да би се могао описати са аспекта кретања једне честице (једног произвољног молекула), али ако нас интересују карактеристике одређеног подгрупа честица, развијена је теорија која успешно одговара на ова питања. На пример, колико молекула (од 10^{18} молекула, има брзину, импулс, енергију у неком познатом интервалу. Такође, можемо да одредимо и приписати гаса који настаје као последица удара молекула у зидове суда, као и температуру гаса. Приликом судара, молекули (атоми) имају међу брзину и убрзање, а закони који на најбољи начин описују ове сударе дају само вероватноћу да након судара молекул има одређени правац и брзину кретања. Дакле, морамо користити законе вероватноће и статистике. У термодинамици су главне вредности притиска гаса, кинетичке енергије молекула гаса, итд. су врло брзо променљиве функције (услед великог броја судара у јединици времена) и јављају се као флукуације са добро дефинисаним средњим вредностима. Управо ове средње вредности ми користимо за опис стања, док флукуације занемарујемо. На графику су приказане флукуације притиска гаса на зидове суда у функцији времена као и средња вр-

еднош приписка.



За описивање термодинамичких система развијени су

теоретски модели (физички закони), који дају расподеле физичких карактеристика система према броју ^{система (молекула)} који поседују те карактеристике. Ове функције нам омогућавају да израчунамо број молекула (система) од укупног броја молекула (N) који имају брзине у интервалу од $(v, v + \Delta v)$. Ова функција се назива Maxwell-Boltzmann-ова расподела и гласи:

$$f(v) = N \cdot \left(\frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m}{2k_B} \cdot \frac{v^2}{T}}$$

m - маса молекула (система)

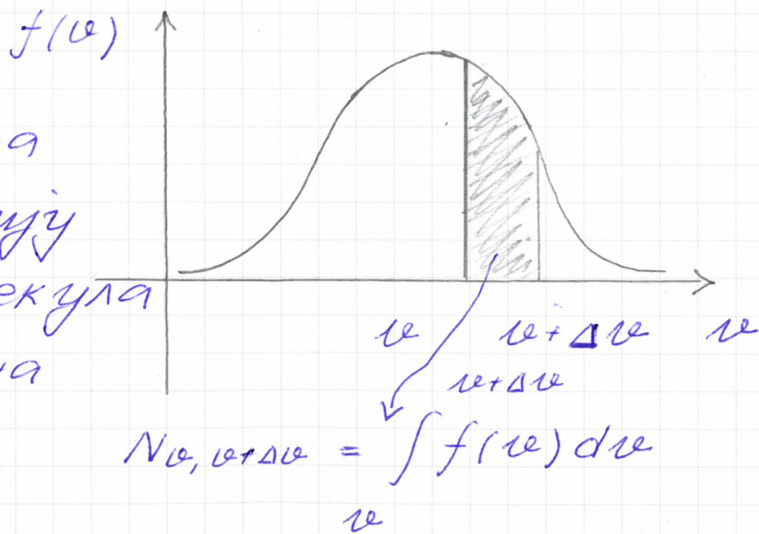
T - температура гаса

k_B - Boltzmann-ова константа

v - брзина молекула (система) гаса

Преходна функција

расподеле важи само када гас не размењује енергију са околином и број молекула гаса је константан. Она приближно важи ако гас размењује енергију са околином sporo, тј. знатно дуже од временске кон-



стантне система, која, за типичне системе у пракси, износи неколико пс. Такође, ова формула се не применима само на честице чије је $v \ll c$, а

што су сви неутрални атоми и молекули. Ако посматрамо гас наелектрисаних честица (реално електронски гас) у таквој ситуацији ћемо за описивање система од N честица користити изв. Fermi-Digas - ову расподелу, која нам говори колики број честица које расподелом описујемо имају енергију у уском интервалу око унапред задате енергије E .

$$f(E) = \frac{N}{1 + e^{-\frac{E - E_F}{k_B \cdot T}}}$$

E_F - Fermi-јева енергија (она је константна за један систем)

N - укупан број честица

37. TEMPERATURA

Термодинамичка температура је макроскопски параметар (односи се на велики број честица) и представља меру унутрашње енергије система, тј. унутрашња енергија зависи од температуре.

Код гасова сразмера је линеарна, а код чврстих тела експоненцијална. То практично значи да је средња кинетичка енергија тела на вишој температури већа од оне на нижој, односно честице топлите тела имају већу средњу брзину кретања или осциловања од хладнијих. Температуру има смисла дефинисати (мерити) само за она физичка стања система, чија се расподела честица по брзинама или енергијама може описати функцијама расподеле, тј. систем мора бити изолован од околине. За мерење температуре користе се термометри, а притужни мерења се своди на довођење честица тер

момента (најчешће молекули течности која се користи у термометру, или атоми живе) у физички контакти са честицама система (молекули гаса). У сударима свих честица долази до размене енергије, па се термометар хлади или греје и када се најпроцес заврши могуће је очитати температуру. Тада има расподела (иста функција расподеле) важи како за честице термометра, тако и за честице система. Понијање термодинамичке равнотеже између различитих система дефинише нулти принцип термодинамике:

Ако су системи А и В у термодинамичкој равнотежи са системом С, онда су они и у међусобној термодинамичкој равнотежи. Термодинамичка равнотежа значи да су системи између којих је успостављена на истој температури као и да важе исте функције расподеле за њихове честице (атоме, молекуле, јоне, ...).

Кроз историју су за мерење температуре коришћене различите температурне скале, а данас се користе следеће температурне скале: а) Келвинова, б) Целзијусова у Европи, в) Фаренхајтова у Америци, г) Реомирова. Свака скала има дефинисану 0. Келвиновој (која се назива и апсолутна нула јер се температура изражена у К назива апсолутном температуром) одговара стање постојаног мировања атома (0-та кинетичка енергија атома), Целзијусовој одговара тачка топљења леда при нормалним условима), док Фаренхајтова и Реомирова

Ва тпају нуле које се изражавају преко Келвинове и Целзиусове нуле.

Тражићна реализација 0°C се остварује дозвођење м у контакт живиног термометра са мешом воде, њене засићене паре и леда, када су све три нафродане атрајанне фазе воде у међусобној термодинамичкој равнотежи (колико се леда отио, толико се воде заледи, колико воде испари, толико се паре кондензује). Када се то дешава, смешрамо да је температура 0°C . Температура од нула Келвина (ок) одговара температури од $-273,15^{\circ}\text{C}$.

Веза између ове две скале је даћа формулом:

$$t [^{\circ}\text{C}] = T [\text{K}] - 273,15$$

док је веза између Фаренхајтове и Целзиусове скале даћа релацијом:

$$t [^{\circ}\text{F}] = \frac{9}{5} t [^{\circ}\text{C}] + 32$$

38. ТЕРМИЧКО ШИРЕЊЕ

Све суштанце се шире при загревању (-сем воде која се у интервалу од $0-4^{\circ}\text{C}$ скупља при загревању, вода је најгушћа на 4°C). Експериментално је утврђено да промена димензија тела зависи од:

- 1) прводитне димензије (пре загревања);
- 2) температурског интервала за који загревамо;
- 3) врсте материјала од кога је тело израђено.

До ширења при загревању долази јер се средње расиојање између атома повећава зато што атоми имају веће кинетичке енергије и више се удаљавају један од другог при хаотичном кретању. Нека је Δl промена дужине до које долази услед загрева

ња. Као што смо навели де ће бити:

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta t,$$

α - линеарни коефицијент термичког ширења,
(зависи од врсте материјала, а назива се и
термички коефицијент линеарног ширења);

l_0 - дужина тела на 0°C ;

Δt - температурски интервал загревања.

Нека је $l(t)$ дужина тела на температури t .

Тада је Δl :

$$\Delta l = l(t) - l_0 = l(t) - l(0^\circ\text{C})$$

$$l(t) = l_0 + \alpha l_0 \Delta t = l_0 (1 + \alpha \Delta t)$$

$$\Delta t = t - 0^\circ\text{C} = t$$

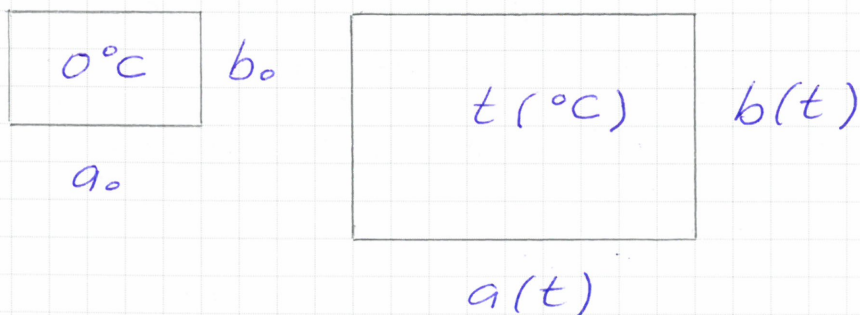
од $l(t) = l_0 (1 + \alpha t)$ / - зависност дужине тела
од температуре и дужине на 0°C .

Ова формула важи у ограниченом интервалу те-
мпература. За шире опсег важи:

$l(t) = l_0 (1 + \alpha t + \alpha_1 t^2 + \alpha_2 t^3 + \dots)$, где су $\alpha_1, \dots, \alpha_n$
коефицијенти који се експериментално утврђују.

Сада нас интересује како од температуре тела
зависе његова површина и запремина:

Посматрамо равну плочу димензија a_0 и b_0 на 0°C .
Површина плоче на 0°C је $S_0 = a_0 \cdot b_0$.



Ако је закон промене дужине линеарна функција
температуре, тада је површина плоче на темпе-

раштури t

$$S(t) = (1 + \alpha t)^2 a_0 b_0 = a_0 b_0 (1 + \alpha t)^2 = S_0 (1 + \alpha t)^2$$

$$S(t) = S_0 (1 + 2\alpha t + \alpha^2 t^2)$$

Како је за метале и већину чврстих материјала $\alpha \sim 10^{-5} - 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ $\Rightarrow \alpha^2 \sim 10^{-10} - 10^{-12} \frac{1}{^\circ\text{C}^2}$ па је $2\alpha \gg \alpha^2 t^2$ тј. $2\alpha t \gg \alpha^2 t^2$, ако је $t \sim 10^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ па се члан $\alpha^2 t^2$ занемарује у односу на $2\alpha t$ тј.

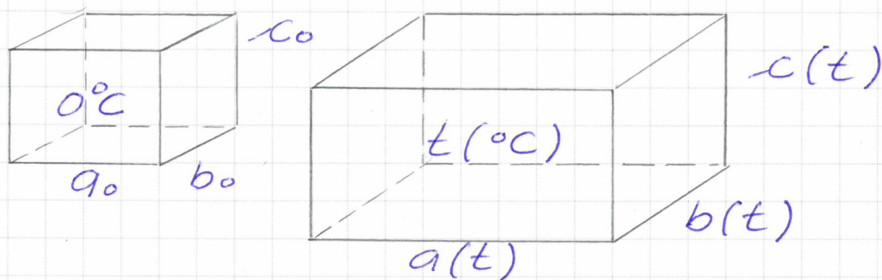
$$S(t) = S_0 (1 + 2\alpha t), \quad 2\alpha = \beta$$

$S(t) = S_0 (1 + \beta t)$ - зависност површине тела од температуре и површине на 0°C
 $\beta = 2\alpha$ - површински коефицијент термичког ширења

Напомена:

Површина шупљине се такође повећава по истом закону (нпр. код прашена).

Сада посматрајмо тело димензија a_0, b_0, c_0 на температури 0°C , чија је запремина на истој температури $V_0 = a_0 b_0 c_0$



Загревањем тела до температуре $t(^\circ\text{C})$ добијано да су димензије тела на температури t , $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$, а запремина на истој температури постаје:

$$V(t) = a(t) b(t) c(t)$$

Поново претпостављајући линеарну везу између температуре и димензија, добијано да је:

$$V(t) = \underbrace{a_0(1+\alpha t)}_{a(t)} \underbrace{b_0(1+\alpha t)}_{b(t)} \underbrace{-c_0(1+\alpha t)}_{-c(t)}$$

$$V(t) = a_0 b_0 c_0 (1+\alpha t)^3 = V_0 (1+3\alpha t + 3\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3)$$

Из ових разлога као и код површине чланови $3\alpha^2 t^2$ и $\alpha^3 t^3$ су занемарљиви у односу на $3\alpha t$ па имамо:

$$V(t) = V_0 (1+3\alpha t) = V_0 (1+\mu t), \quad \mu = 3\alpha$$

μ - запремински коефицијент термичког ширења

$$\underline{V(t) = V_0 (1+\mu t)}$$

39. ТЕРМИЧКО НАПРЕЗАЊЕ

Постављамо идеално еластичну шипку дужине l_0 на 0°C , која је фиксирана на својим крајевима за не покретне ослонце.

Сила у шипки на 0°C је нула. Када се

шипка загреје до

температуре t , у

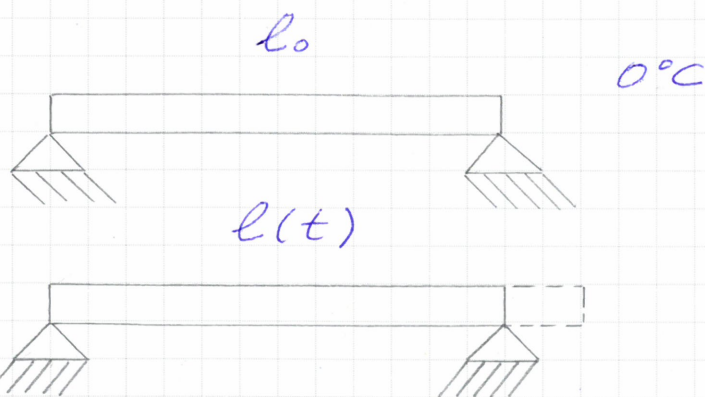
њој се јавља напрезање

на сагицање. Нека је $l(t)$ дужина коју би шипка имала на температури t да није укљештена.

Потпуно је њена слобарна дужина за $\Delta l = l(t) - l_0$ краћа због дејства ослонаца, у којој се, према Хooke-овом закону, јавља нормално зашезање

$$\sigma = E_y \frac{\Delta l}{l_0} = E_y \frac{l_0(1+\alpha t) - l_0}{l_0} = E_y \frac{l_0 \alpha t}{l_0}$$

$$\underline{\sigma = E_y \alpha t}$$



$F = \sigma \cdot S = SE\gamma\alpha t$ - сила у шийки је линеарно
сразмерна температури и површини попречног
пресека

40. ТЕРМИЧКО ШИРЕЊЕ ТЕЧНОСТИ

За разлику од чврстих тела, течности немају ста-
лан облик, већ облик суда у коме се налази. Зато
није погодно описивати ширење течности преко
линеарних димензија њеног облика. Зато праћимо
промену гуштине са температуром:

$\rho = \frac{m}{V(t)}$, $V(t)$ - температурна зависност
запремине
 m - маса течности

$$\rho = \frac{m}{V_0(1+\beta\Delta t)} = \frac{\frac{m}{V_0}}{1+\beta\Delta t} = \frac{\rho_0}{1+\beta\Delta t}, \quad \rho_0 = \rho(0^\circ\text{C})$$

$\beta = 3\alpha$

41. ТЕРМИЧКО ШИРЕЊЕ ГАСОВА

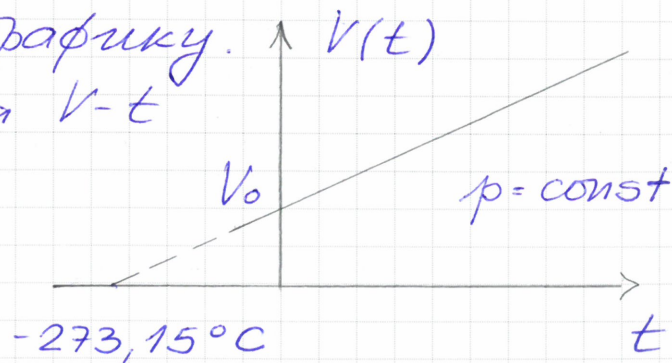
Као и код течности, за праћење промена гаса при
загревању уводе се температурске зависности
притиска и запремине гаса. Године 1787. Шарл је
открио експерименталним путем законитости про-
мене запремине гаса у функцији температуре ка-
да је притисак гаса константан. Ова зависност
је приказана на следећем графику.

Једначина праве линије на V - t
дијаграму:

$$V(t) = V_0 \left(1 + \frac{1}{273,15} \cdot t \right),$$

где је V_0 запремина гаса

на 0°C . Запремина гаса падне на 0°C на темпер.



$F = \sigma \cdot S = SE\gamma\alpha t$ - сила у шийки је линеарно
сразмерна температури и површини попречног
пресека

40. ТЕРМИЧКО ШИРЕЊЕ ТЕЧНОСТИ

За разлику од чврстих тела, течности немају ста-
лан облик, већ облик суда у коме се налази. Зато
није погодно описивати ширење течности преко
линеарних димензија њеног облика. Зато праћимо
промену гуштине са температуром:

$\rho = \frac{m}{V(t)}$, $V(t)$ - температурна зависност
запремине
 m - маса течности

$$\rho = \frac{m}{V_0(1+\beta\Delta t)} = \frac{\frac{m}{V_0}}{1+\beta\Delta t} = \frac{\rho_0}{1+\beta\Delta t}, \quad \rho_0 = \rho(0^\circ\text{C})$$

$\beta = 3\alpha$

41. ТЕРМИЧКО ШИРЕЊЕ ГАСОВА

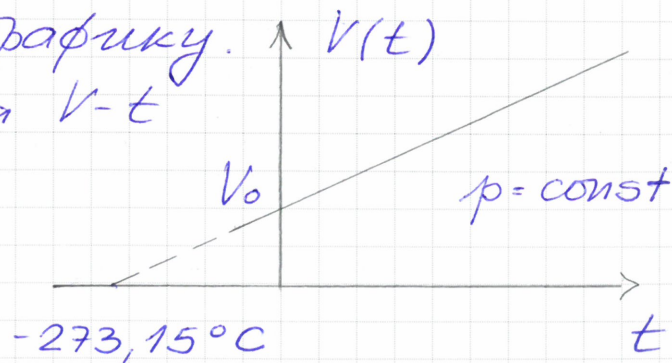
Као и код течности, за праћење промена гаса при
загревању уводе се температурске зависности
притиска и запремине гаса. Године 1787. Шарл је
открио експерименталним путем законитости про-
мене запремине гаса у функцији температуре ка-
да је притисак гаса константан. Ова зависност
је приказана на следећем графику.

Једначина праве линије на V - t
дијаграму:

$$V(t) = V_0 \left(1 + \frac{1}{273,15} \cdot t \right),$$

где је V_0 запремина гаса

на 0°C . Запремина гаса падне на 0°C на темпер.



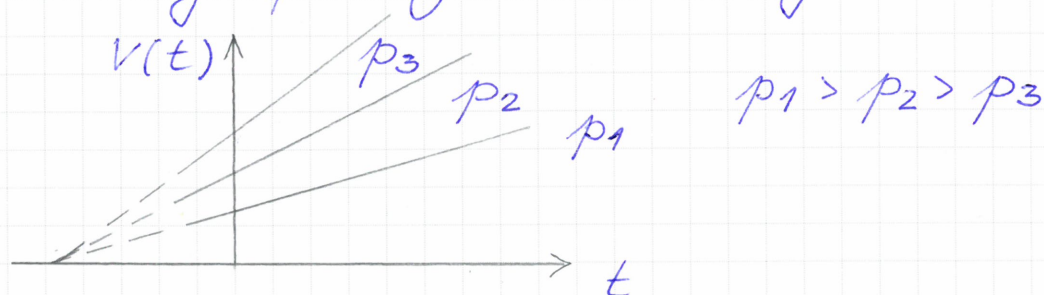
ајури $t = -273,15^\circ\text{C}$. Преуредило мало претходног израз:

$$V(t) = \frac{V_0}{273} (273 + t)$$

$$V(T) = \frac{V_0}{273} \cdot T(\text{K})$$

$$V \sim T$$

Ако се експериментално изводи са истим гасом, али при различитим притисцима p_1, p_2 и p_3 , резултати ће се моћи приказати на следећи начин:

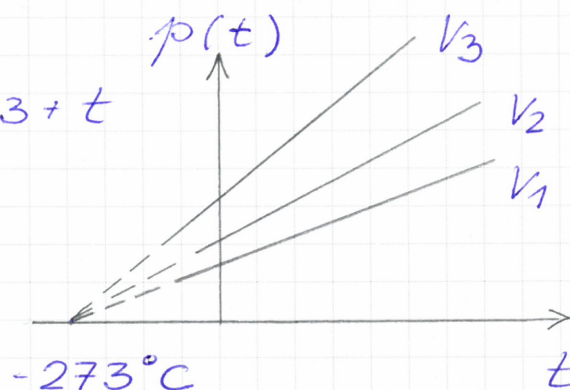


Ако у експерименту гасу одржавамо константну запремину гаса и пратило промене притиска у зависности од температуре, долазимо до следеће, експериментално установљене, зависности између ових величина.

$$p(t) = p_0 \left(1 + \frac{1}{273} t\right) \quad T = 273 + t$$

$$p(T) = \frac{p_0}{273} \cdot T$$

$$p(T) \sim T \quad p_0 = p(0^\circ\text{C})$$



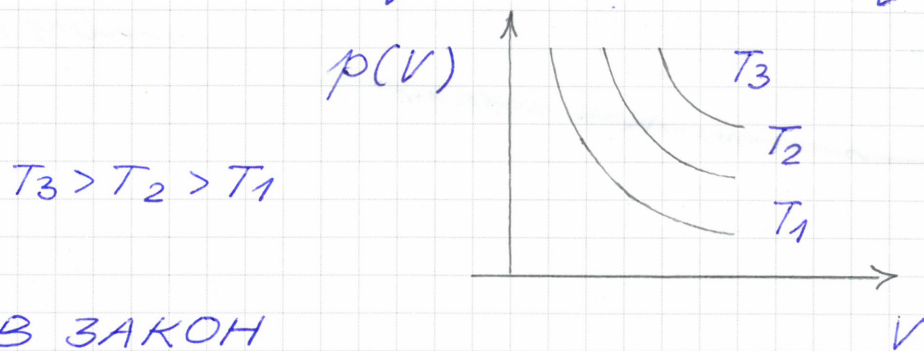
$$V_1 > V_2 > V_3$$

Дакле, притисак је сразмеран температури.

42. BOYLE - MARIOTTE - ОВ ЗАКОН

Boyle - Mariotte - ов закон представља експериментално откривен закон који даје зависност притиска и запремине гаса када је температура

const. На слици је дајна ова зависност за три различите температуре гаса. Криве су хиперболе што указује да је притисак $p = \frac{\text{const}}{V}$, односно $p \sim \frac{1}{V}$ односно $V \sim \frac{1}{p}$.



43. АВОГАДРОВ ЗАКОН

Сви гасови на температури $T_0 = 273,15 \text{ K}$, притиску од $p_0 = 101325 \text{ Pa}$ и запремини од $V_0 = 22,415 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ (нормални услови) имају исти број молекула, и тај број износи

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ молекула (атома)}$$

Авогадров број (Амадео Авогадро)

Из овог закона се може извести следећа зависност између запремине и броја честица: При нормалним условима (p_0, T_0) запремина гаса је управо сразмерна броју молекула.

Ово можемо закључити из примера. Нека имамо две запремине истог гаса, тј. $2V_0$, у којој ће бити $2N_A$ молекула гаса. Ако уведемо појам мол-а: $n \stackrel{\text{def}}{=} \frac{N}{N_A}$ N - број молекула, онда прејходно изведен закључак гласи: $V \sim n$.

ЈЕДНАЧИНА СТАЊА ИДЕАЛНОГ ГАСА:

У прејходним лекцијама смо видели какве су зависности између термодинамичких параметара p, V, T које су успановљене експерименталним путем. Ове зависности се могу представити само једном формулом, која се назива једначина стања

идеалног гаса. Наиме,

$$V \sim (n, T, \frac{1}{p})$$

$$p \sim T$$

$$V = \frac{\text{const} \cdot n \cdot T}{p}$$

Непознату константу одређујемо помоћу Авогадровог закона,

доводећи гас на нормалне услове. Тада важи:

$$V_0 = \frac{\text{const} \cdot n \cdot T_0}{p_0} \Rightarrow \text{const} = \frac{p_0 \cdot V_0}{n \cdot T_0}$$

У Авогадровом закону $n=1$ па је

$$\text{const} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{22,415 \cdot 10^{-3} \cdot 101325}{273,15} \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$\text{const} = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

гасна константа и обележава се са $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$

Коначно:

$$V = \frac{nRT}{p} \quad \text{односно} \quad pV = nRT \quad \bigg/ \quad 14.02.2005.$$

44. ПРИТИСАК ГАСА СА МИКРОСКОПСКЕ ТАЧКЕ

ГЛЕДИШТА. СРЕДЊА БРЗИНА МОЛЕКУЛА

Гасови су састојанце чини се молекули слободно крећу између два узастопна судара при чему прелазе растојања која су просечно 10 пута већа од њихових димензија.

Средња кинетичка енергија им је довољно велика (судари су довољно снажни) да се надвлада привлачна Ван дер Валсова сила која тежи да споји молекуле и изазове кондензацију гаса (паре).

Постављајмо молекуле гаса затворене у коцки, запремине L^3 , која има идеално круће зидове са аспекта судара молекула гаса са зидовима судара. Уочимо једну раван која сече коцку паралелно хОу равни и замишљамо кретање једног јединог моле-

Топлота представља вид енергије који се размењује између система и околине путем хаотичних судара (хаотична интеракција), на граници система са околином, између молекула система и молекула околине.

Пошто су судари потпуно хаотични и у њима учествује енормно велики број молекула, теоретски је немогуће у сваком тренутку предвидети колики је размењени износ енергије између ових молекула. При чему можемо ни микроскопски параметри који описују систем (P, V, T) не могу бити дефинисани док траје процес размене топлоте јер они флукутирају (мењају се). Оно што можемо да одредимо је износ размењене енергије (количину топлоте) анализом стања система пре и после размене, узимајући као параметре система средње вредности притиска и запремине, као и почетну и крајњу температуру. На пример, размењена топлота $\Delta Q = n c_v \Delta T$, ΔT - промена температуре, док су n и c_v константе које зависе од система.

У физици се уобичајно каже да топлота није функција стања физичког система, већ зависи од процеса. Ово значи да од читавог тока интеракције између система и околине зависи колика ће се енергија разменити у току самог процеса. Параметри стања система (пр. притисак) све време док се процес одиграва флукутирају и непознат је, па не можемо одредити размењену енергију у неком крајњем временском интервалу.

Према усвојеној конвенцији, топлота доведена систему

је позитивна, а одведена топлота је негативна.

Топлота спонтано прелази са тела више на тело ниже температуре, што се објашњава чињеницом да у сударима брзих атома једне врсте са споријим атоми-ма друге врсте, први уисравају, а други добијају убрзани-
што је последица закона одржања енергије и импулса, као и закона вероватноће.

Тела не поседују топлоту, већ унутрашњу енергију.

Топлота представља енергију коју тело размени са околином.

46. УНУТРАШЊА ЕНЕРГИЈА СИСТЕМА

је енергија садржана у систему и представља кинетичку енергију хаотичног кретања молекула (кинетику енергију сва три вида кретања молекула тј. трансляције, ротације и вибрације). Дакле, у унутрашњу енергију не улази кинетичка енергија уређеног об-
лика кретања молекула, тј. кретање молекула по прав-
ним путањима. Наиме, тело као целина може да се креће по познатој путањи и да има кинетичку енергију дају изразом $E_k = \frac{mv^2}{2}$, али она не улази у биланс унутрашње енергије, јер то није хаотично кретање.

За разлику од топлоте, унутрашња енергија јесте функција стања система, јер је могуће теоретски израчунавати ако знамо параметре система (P и V режими), пако се молекули хаотично крећу. Ово је мо-
гуће на основу средњих вредности обих величина. За идеалне гасове (касније ћемо видети какви су то гасови) унутрашња енергија је функција само темпера-

шуре. Код реалних гасова она је функција и притиска и запремине. Идеални гасови имају велики значај у физици и техници и поседују следеће особине:

- 1) молекули су им идеално круће сфере занемарљивих запремина (занемарујемо сопствену запремину молекула);
- 2) молекули међусобно нитерађују искључиво гутел судара (не привлаче се и не одбијају на даљину, тј. занемарујемо међумолекуларне силе, јер смањено да су молекули прилично удаљени једни од других);
- 3) густина молекула у простору је иста у свакој тачки гаса;
- 4) судари између молекула су идеално еластични (важи закон одржања енергије $E_{\text{пре судара}} = E_{\text{после судара}}$). Промена унутрашње енергије може бити условљена било разменом топлоте система са околином било вршењем механичког рада над околином, или системом. Утврђено је да се промена унутрашње енергије идеалног гаса, без обзира шта је њен узрок и без обзира на начин одвијања процеса увек може израчунати по формули:

$$\Delta U = m c_v \Delta T, \text{ где су:}$$

c_v - специфична топлота гаса при константној запремини,

m - број молова гаса,

ΔT - промена температуре.

Унутрашњу енергију, према дефиницији одређујемо као суму свих кинетичких енергија хаотичног кретања свих молекула (кинетичке енергије транслације, ротације и вибрације):

$$U = \sum_{i=1}^N E_{ki}^{(T)} + 2 \sum_{i=1}^N E_{ki}^{(V)} + \sum_{i=1}^N E_{ki}^{(R)}$$

Код вибрације имамо два вида енергије: кинетичку енергију вибрације и потенцијалну енергију интеракције између атома у молекулу. Њихове средње вредности су саме на се зашбо у горњем изразу изред сабирка који одговара кинетичкој енергији вибрације савља

2.

21.02.2005.

47. СПЕЦИФИЧНА ТОПЛОТА

се дефинише као количник топлоте коју треба довести и супстанци (јединици количине супстанце) да би се она загрејала за 1К (1°C).

$$c \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\delta Q}{dT}, \quad \left[\frac{J}{mol \cdot K} \right] \quad \text{или} \quad \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

моларна специфична

масена специфична

топлота ($n=1 \text{ mol}$)

топлота ($m=1 \text{ kg}$)

$c = \frac{\delta Q}{m dT} \sim$ топлота која загреје m килограма супстанце за 1К

$c = \frac{\delta Q}{n dT} \sim$ топлота која загреје n мола супстанце за 1К

Специфична топлота супстанце зависи од:

- 1) физичких услова загревања ($P = \text{const}$, $V = \text{const}$, итд);
- 2) од врсте супстанце (атомске структуре молекула);
- 3) од температуре.

1) При експерименталном одређивању специфичне топлоте (нпр. код гасова) морају се специфицирати услови загревања да би вредности специфичне топлоте

била стандардна (при даним условима она је истиа у Јапану, Америци, Србији, итд). Обично дефинишемо два услова: загревање при константном притиску или при константној запремини и говоримо о специфичним топлотама при константном притиску (c_p) и при константној запремини (c_v):

$$c_p \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_{p=\text{const}} \quad c_v \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_{v=\text{const}} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right]$$

подразумевало $n = 1 \text{ mol}$ или $m = 1 \text{ kg}$

$$[c_p] (=) \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \quad (=) - \text{димензиона једнакост}$$

$[c_v] (=) \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ Специфичне топлоте c_p и c_v се међусобно разликују по бројној вредности за дату супстанцу из следећих разлога:

Ако доводимо δQ при константном притиску онда супстанци морамо дозволити да се шири иначе би дој при-тисак растао због повећања дужине молекула (доводимо топлоту). Пошто ширење тела можемо да схватимо као садијање околине та је потребно унети енергију садијања која иде на рачун доведене топлоте δQ . Обзиром да се топлота када ширити и на овај вид енергије (садијање околине) потребно је уложити више топлоте него у случају када не би било ширења. Овај други случај одговара условима $v = \text{const}$ из чега закључујемо да је $c_p > c_v$. У овом случају ($v = \text{const}$) сва доведена топлота се троши само на загревање супстанце.

2) зависност специфичне топлоте од врсте супстанце:

Овде ћемо да одговоримо на следеће питање: Који је молекуларни механизам апсорпције топлоте неке суп-

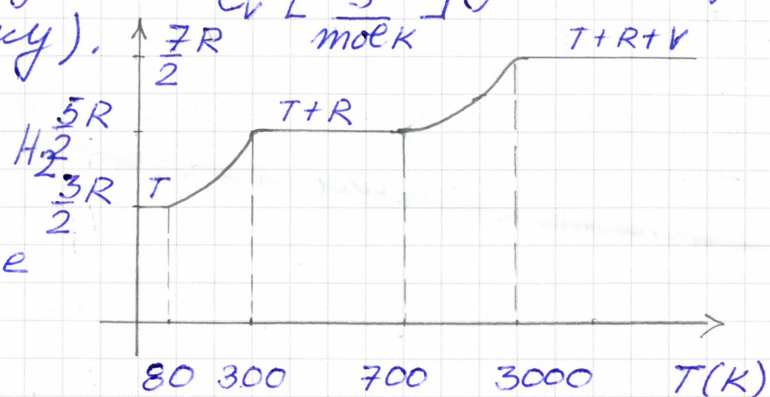
апошње и зашто се специфична топлота разликује од суштанце до суштанце?

Видели смо да загревањем повећавамо и унутрашњу енергију тела што значи да расте кинетичка енергија кретања молекула. Међутим, суштина може да апсорбује топлоту, а да се при томе не повећава средња брзина кретања молекула, тј. средња кинетичка енергија транслаторног кретања молекула. Осим транслаторног, молекули могу да врше како ротационо тако и вибрационо кретање и за та кретања се каже да представљају унутрашње слободне молекула.

Ротацију и вибрацију молекула ни у ком случају не треба поистовешти са ротацијом и вибрацијом макротела. Наиме, и са бесконачно малим износом енергије можемо неко макротело заротирали (малом утајеном брзином). Међутим, за ротацију молекула је потребно уложити (одезбедити) извесну минималну количину енергије (што је тачно одређена вредност). Значе, да би молекул започео и ротационо кретање мора му се довести минимум прат енергије за ротацију. Иако важи и за вибрацију. Што је сложена структура молекула сложенији су и механизми апсорпције енергије кроз ротацију и вибрацију тј. број унутрашњих слободних степена.

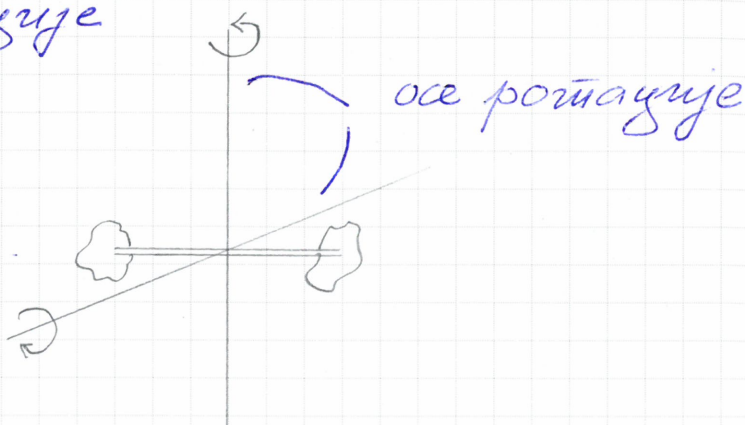
3) Зависност специфичне топлоте од температуре: На дијаграму је дата експериментално утврђена зависност специфичне топлоте једног мола водоника од температуре при константној запремини. Са графика видимо да c_v зависи од температуре. Ова

зависнось се објашњава различити врстама крећања молекула гаса у температурним опсезима у којима је c_v константно (види слику). Судари молекула су хаотични и након њих молекули имају различите кинетичке енергије (неко већу, неко мању). Значи молекул сличне или гуси енергију сударајући се с њим износи су такође случајни. Ако се деси да молекул стекне довољно енергије да започне и ротационо крећање онда ће он то учинити са известом вероватноћом. Већи износ енергије повећава вероватноћу започињања новој облика крећања молекула. За молекуле водоника температурни праг за започињање ротације је 80 К. Сада молекул апсорбује енергију у судару без повећања своје средње кинетичке енергије трансляције, апсорбујући је у виду ротације. То се дешава до температуре од 300 К када судари поседују довољно „јакли“ да сваки молекул гаса пре и после судара обавља ротацију. Дакле у интервалу 300-700 К сви молекули водоника и транслирају и ротирају. Дакле, да би их загрејали за 1 К морало да унотришње више енергије него када само транслирају. Од 700-3000 К судари су толико снажни да поједини молекули почињу да вибрирају, па се доведена енергија троши и на овај вид унутрашње енергије (унутрашњеј крећања, а не на загревање). Изнад 3000 К сви молекули транслирају, ротирају и вибрирају па се доведена енергија



Својен слободен j (њихов број) зависи од температуре и структуре молекула.

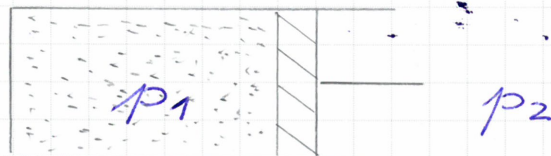
Пример: Двоатомни молекул гаса на собној температури: 2 начина ротације + 3 транслације



49. МЕХАНИЧКИ РАД У ТЕРМОДИНАМИЦИ

Када два термодинамичка система размењују енергију путем механичког рада, онда се сматра да је размена енергије извршена преко уређених облика кретања делова ова два система. Зато ту енергију не називамо шоготом, већ радом. Посла траумо гас зашворен у хоризонталном цилиндру и латанни клин који може да клизи по ивицама цилиндра без трења. Молекули гаса га померају у десно, сударајући се са њим. Дакле енергија хаотичног кретања молекула се на описани начин преводи у уређено кретање молекула клина. Премајша енергија се назива рад гаса.

Рад сматрамо позитивним ако систем (гас) врши рад над околином (гас се шири), а негативним у случају да се рад врши над системом (гасом).



По дефиницији рад представља скаларни производ силе и помераја $dA \stackrel{\text{def}}{=} \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Ако је $\vec{F} \parallel d\vec{r}$ као

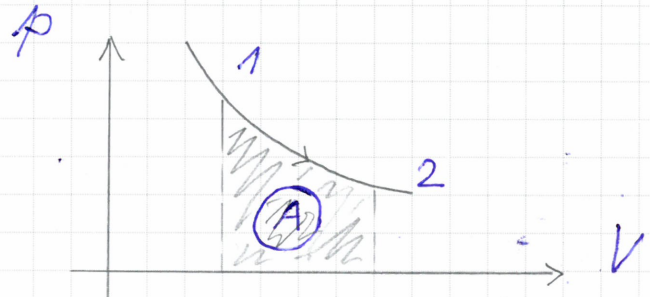
у случају нашег клипа, онда је $dA = F \cdot dr$. Како је $p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S$ па је $dA = p \cdot \underbrace{S dr}_{dV} = p dV$
 dV - инфинитезимална

(бесконачно мала) промена запремине гаса

dA - инфинитезимално мали рад који је узрокује

Најопширје, притисак гаса се мења са запремином па је рад који гас изврши при ширењу од запремине V_1 до запремине V_2 једнак:

$$dA = p dV \int$$
$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$



Рад има своју графичку интерпретацију на pV дијаграму: Рад је једнак трафичаној површини на pV дијаграму. Ако је $V_2 > V_1$, $A_{12} > 0$, а ако је $V_2 < V_1$, $A_{12} < 0$

Рад зависи од начина промене стања гаса (од облика криве $p(V)$). За рад важи исто што и за топлоту, тј. рад није ф-ја стања (не зависи од параметара стања p, V, T) већ од процеса (кретање клипа је последица случајних удара молекула и није могуће предвидети износ енергије коју молекули предају клипу).

50. ПРВИ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ

Први принцип термодинамике је последица закона одржања енергије и импулса у природи припадних на термодинамичке системе. Он указује на могуће (физички дозвољене) трансформације следећих видова енергије из једног облика у други: топлоте, унутрашње енергије и рада. Први принцип термодинамике гласи: Топлота коју систем размени са околином у току термодинамичког процеса је узрок (последица)

промене унутрашње енергије система и извршеног рада (над системом) над околином.

$$\underline{\delta Q = dU + \delta A}$$

Овај принцип нам ништа не говори о току енергије у систему. Њим проблемом се бави други принцип термодинамике. Размењена топлота се израчунава по формули:

$\delta Q = n c dT$ (Ако се тело загрева топлота се одводи, па је $\delta Q > 0$, а ако се хлади топлота се одводи па је $\delta Q < 0$) (видети изв. Peltierov efekat termohladjenja).

$$dU = n c_v dT \text{ (улек!)}$$

$$\delta Q = n c_p dT \text{ (} p = \text{const)}$$

$$\delta Q = n c_v dT \text{ (} V = \text{const)}$$

$\delta A = p dV$ (знак рада зависи од промене запремине)

$$\underline{n c dT = n c_v dT + p dV}$$

Изведимо сада изв. Mayer-ову једначину: Полазимо од првог принципа термодинамике уз претпоставку да се ради о изобарском процесу ($p = \text{const}$):

$n c dT = n c_v dT + p dV$ - први принцип термодинамике исказан преко параметара стања система (p, V, T) и особина супстанце (n, c_v, c).

Како је $p = \text{const}$ важиће:

$$n c_p dT = n c_v dT + p dV$$

$$(c_p - c_v) n dT = p dV$$

$$c_p - c_v = \frac{p dV}{n dT}$$

Притисак изразимо преко температуре и запремине из једначине стања идеалног гаса:

$$pV = nRT \Rightarrow p = V^{-1} nRT$$

$$C_p - C_v = \frac{nRT dV}{nV dT}$$

$$C_p - C_v = R \cdot \frac{T dV}{dT V}$$

$$C_p - C_v = R$$

Ово је Мајер-ова

једначина. Она показује за колико је C_p веће од C_v за 1 мол гаса.

овај члан је једнак 1 за идеалне гасове јер је

$$p dV = nR dT$$

$$\frac{nRT}{V} dV = nR dT$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$$

51. СПЕЦИФИЧНЕ ТОПЛОТЕ ГАСОВА У ФУНКЦИЈИ БРОЈА СТЕПЕНИ СЛОБОДЕ

Видели смо да специфична топлота зависи од температуре и структуре саме супстанце. Извешћемо формуле које дају зависност специфичне топлоте од броја степени слободе. Посматрамо гас при константној запремини. Изводимо формулу за C_v полазећи од првог принципа термодинамике:

$$\delta Q = dU + \delta A \quad \text{из } V = \text{const} \rightarrow dV = 0 \rightarrow \delta A = 0$$

$$\delta Q = dU$$

$$\delta Q = n C_v dT \quad \text{за } n = 1 \text{ мол гасова}$$

$$C_v = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT} = \frac{d\langle E_k \rangle}{dT} = \frac{d}{dT} \left(\frac{1}{2} RT \right)$$

$C_v = \frac{j}{2} R$ / Ако је када $p = \text{const}$ C_p можемо да одредимо користећи Мајер-ову формулу:

$$C_p = R + C_v = R + \frac{j}{2} R = \frac{j+2}{2} R$$

$$C_p = \frac{j+2}{2} R$$

Често се уводи однос $\mu = \frac{C_p}{C_v}$

$$C_v = \frac{R}{\mu - 1}$$

$$C_p = \frac{\mu R}{\mu - 1}$$

За двоатомни гас смо већ видели да је $j = 5$, па је $\mu = \frac{7}{5} = 1.4$

$$\mu = \frac{j+2}{2}$$

ГАСОВА

1) ИЗОТЕРМСКА ПРОМЕНА (Boyle - Mariotte - ОВ ЗАКОН)

$$T = \text{const}$$

1° ЈЕДНАЧИНА СТАЊА:

$$pV = nRT = \text{const}$$

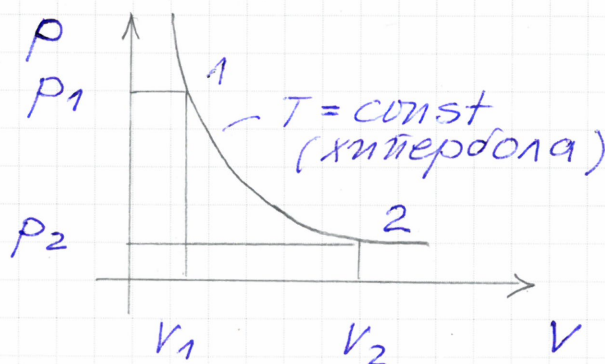
$$\underline{pV = \text{const}}$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p \sim \frac{\text{const}}{V}$$

$V_2 > V_1$ изотермска експанзија
(декомпресија)

$V_2 < V_1$ изотермска компресија

2° РАЗМЕЊЕНА ТОПЛОТА δQ :

$$\delta Q = dU + \delta A$$

$$\delta Q = nC_V dT + p dV, \quad T = \text{const} \Rightarrow dT = 0$$

$$\underline{\delta Q = p dV}$$

$$Q = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} nRT \cdot \frac{dV}{V} = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2}$$

$$= nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$\underline{Q_{12} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}} \quad V_2 > V_1 \Rightarrow Q_{12} > 0 \text{ доводи до топлоту}$$

$$V_2 < V_1 \Rightarrow Q_{12} < 0 \text{ одводи топлоту}$$

3° рад:

$$A_{12} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

4° промена унутрашње енергије:

$$dU = 0 \text{ јер је } dT = 0 \quad \underline{U_{12} = 0}$$

2) ИЗОБАРСКА ПРОМЕНА СТАЊА ($p = \text{const}$)

1° ЈЕДНАЧИНА СТАЊА:

$$pV = nRT, \quad p = \text{const}$$

$$\frac{V}{T} = \frac{nR}{p} = \text{const}$$

$$\frac{V}{T} = p_{\text{const}}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

2° δQ :

$$\delta Q = dU + \delta A$$

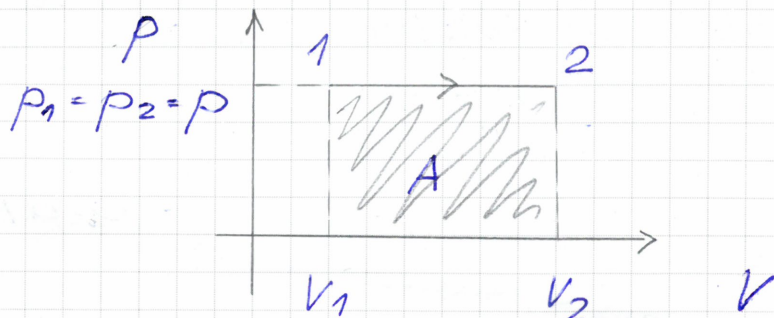
$$Q_{12} = U_{12} + A_{12}$$

$$Q_{12} = U_{12} + p \int_{V_1}^{V_2} dV$$

$$A_{12} = p(V_2 - V_1)$$

4° dU : $U_{12} = \int_{T_1}^{T_2} dU = \int_{T_1}^{T_2} nC_V dT = nC_V \int_{T_1}^{T_2} dT = nC_V(T_2 - T_1)$

$$U_{12} = nC_V(T_2 - T_1)$$



$$Q_{12} = nC_V(T_2 - T_1) + p(V_2 - V_1)$$

$$Q_{12} = nC_p(T_2 - T_1)$$

3° δA :

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad p = \text{const}$$

$$= p \cdot \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1)$$

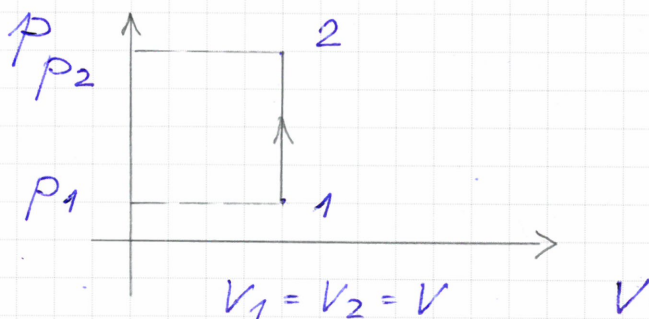
3) ИЗОХОРСКА ПРОМЕНА СТАЊА ($V = \text{const}$)

1° ЈЕДНАЧИНА СТАЊА:

$$pV = nRT$$

$$\frac{p}{T} = \frac{nR}{V} = \text{const}$$

$$\frac{p}{T} = \text{const} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$



2° δQ : $\delta Q = dU + \delta A = dU + p dV$, $V = \text{const} \Rightarrow dV = 0$

$$\delta Q = dU = nC_V dT$$

$$Q_{12} = \int_{T_1}^{T_2} dU = \int_{T_1}^{T_2} nC_V dT = nC_V \int_{T_1}^{T_2} dT = nC_V(T_2 - T_1)$$

3° dU :

$$dU = \delta Q \Rightarrow U_{12} = nC_V(T_2 - T_1)$$

4° δA : $\delta A = p dV = 0$ јер је $dV = 0$ ($V = \text{const}$)

$$A_{12} = 0$$

4) АДИЈАБАТСКА ПРОМЕНА СТАЊА:

Када је размењена топлота једнака нули процес је адијабатски. Врло брзи процеси су обично адијабатски.

1° ЈЕДНАЧИНА СТАЊА:

Из првог пријужа термодинамике:

$$\delta Q = dU + \delta A$$

$$0 = dU + p dV$$

$$dU = n c_v dT$$

$$0 = n c_v dT + p dV$$

$$p dV = -n c_v dT$$

$$-n c_v dT = \frac{nRT}{V} dV$$

$$R = c_p - c_v$$

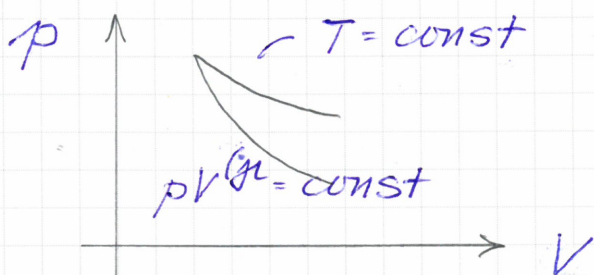
$$\frac{p_1 V_1}{nR} V_1^{\mu-1} = \frac{p_2 V_2}{nR} V_2^{\mu-1}$$

$$\frac{p_1 V_1^\mu}{nR} = \frac{p_2 V_2^\mu}{nR}$$

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1}$$

$$V_2 = \frac{nRT_2}{p_2}$$

$$p_1 \left(\frac{nRT_1}{p_1} \right)^\mu = p_2 \left(\frac{nRT_2}{p_2} \right)^\mu$$



2° δQ : $\delta Q \stackrel{\text{def}}{=} 0$

3° δA : $\delta A + dU = \delta Q$

$$\delta A = -dU = -n c_v dT$$

$$A_{12} = \int_{T_1}^{T_2} -n c_v dT = -n c_v (T_2 - T_1) =$$

$$A_{12} = n c_v (T_1 - T_2) \text{ за } T_2 > T_1 \Rightarrow$$

$$A_{12} < 0$$

$$-c_v dT = \frac{(c_p - c_v) T dV}{V}$$

$$-c_v \frac{dT}{T} = (c_p - c_v) \frac{dV}{V} \int_{T_1}^{T_2} \int_{V_1}^{V_2}$$

$$-c_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = (c_p - c_v) \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$-c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = (c_p - c_v) \ln \frac{V_2}{V_1} \quad / : c_v$$

$$\ln \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{c_p}{c_v} - 1 \right) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\ln \frac{T_1}{T_2} = (\mu - 1) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\ln \frac{T_1}{T_2} = \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\mu-1}$$

$$\frac{T_1 V_1^{\mu-1}}{nR} = \frac{T_2 V_2^{\mu-1}}{nR}$$

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} \quad T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR}$$

$$\frac{p_1^{1-\mu} T_1^\mu}{nR} = \frac{p_2^{1-\mu} T_2^\mu}{nR}$$

$$p \sim \frac{\text{const}}{V^\mu} \quad \mu > 1$$

адијабатна је - крива од
изотерме

Ако се гас адијабатски хлади, рад који гас врши је
позитиван, а ако се загрева, онда је рад негативан.

T_2 - крајња температура

T_1 - почетна температура

Ако се над гасом врши рад ($A < 0$), гас се загрева (садија), па је рад уложен у процес, тј. негативан је. Израз за рад се може добити и из саме дефиниције рада:

$$\delta A = p dV$$

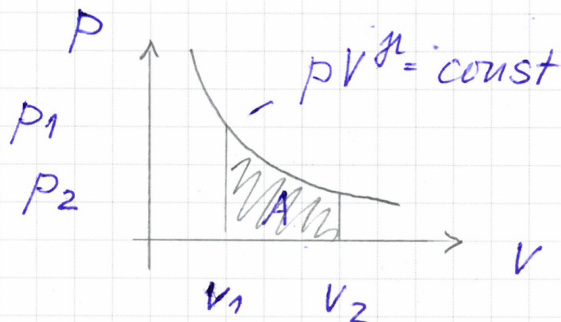
$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

$$pV^\kappa = p_1 V_1^\kappa \quad p_1, V_1 \text{ - почетне}$$

$$\text{вредности стања гаса } p(V) = \frac{p_1 V_1^\kappa}{V^\kappa}$$

$$A = p_1 V_1^\kappa \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^\kappa} = p_1 V_1^\kappa \int_{V_1}^{V_2} V^{-\kappa} dV = p_1 V_1^\kappa \left. \frac{V^{-\kappa+1}}{-\kappa+1} \right|_{V_1}^{V_2}$$
$$= \frac{p_1 V_1^\kappa}{1-\kappa} V_2^{1-\kappa} - V_1^{1-\kappa}$$

$$A = \frac{p_1 V_1^\kappa V_1^{1-\kappa}}{\kappa-1} \left(1 - \frac{V_2^{\kappa-1}}{V_1^{\kappa-1}} \right) = \frac{p_1 V_1}{\kappa-1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} \right)$$



28.02.2005.

53. ПОЛИТРОПСКА ПРОМЕНА СТАЊА ИДЕАЛНОГ ГАСА

До сада смо проучавали термодинамичке процесе код којих је нека од карактеристичних величина била константна ($p = \text{const}$, $V = \text{const}$, $T = \text{const}$ или $\delta Q = \text{const}$).

Допуштамо сада да се две термодинамичке величине мењају у процесу и пронађимо једначину тзв. ПОЛИТРОПСКОГ ПРОЦЕСА. Само један параметар је константан, а то је специфична топлота, тј. промене су такве да се „налазимо“ на константном делу криве зависности специфичне топлоте од температуре (видети дијаграм $c_v(T)$ за водоник).

1° Најпре изводимо једначине стања политропског процеса. Како ни једна величина није константна, полазимо од првог принципа термодинамике: $\delta Q = dU + \delta A$. По дефиницији размењене топлоте, δQ и промене унутрашње енергије dU имамо:

$$\delta Q = dU + \delta A$$

$$ncdT = nc_vdT + pdV$$

c - специфична топлота гаса, $c = \text{const}$

$$(c - c_v)ndT = pdV$$

Из једначине стања за идеалан гас р изразимо у функцији V и T тј. $p = nRT$, па тако добијам једначину у којој од променљивих величина фигурира само запремина и температура:

$$(c - c_v)ndT = \frac{nRTdV}{V} \quad | : T$$

$$(c - c_v) \frac{dT}{T} = \frac{RdV}{V} \quad | \int$$

$$(c - c_v) \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{R}{V_1} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$\frac{c - c_v}{R} \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{c - c_v}{R}} = \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{R}{c - c_v}}$$

Нама треба веза између притиска и запремине:

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} \quad T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR}$$

$$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{R}{c - c_v}}$$

$$R = c_p - c_v$$

$$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{c_p - c_v}{c - c_v}} = \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{-1} \right)^{\frac{c_p - c_v}{c - c_v}} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{-\frac{c_p - c_v}{c - c_v}}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{1 - \frac{c_p - c_v}{c - c_v}} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{c - c_p}{c - c_v}}$$

$$\underline{p_1 V_1^{\frac{c - c_p}{c - c_v}} = p_2 V_2^{\frac{c - c_p}{c - c_v}}} \quad \text{једначина политропског процеса}$$

Ако хтавимо да је:

$$\gamma = \frac{C - C_p}{C - C_v}, \quad \gamma - \text{експонент полипроце}$$

$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ / По аналогији са адијабатским процесом једначина стања које повезују остале величине гласе:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

Неке карактеристичне промене (за одређене вредности коефицијента полипроце) судате на слици:

Анализа различитих вредности за експонент полипроце:

1° $\gamma = 0: p V^0 = \text{const}$

$p = \text{const}$ - своди се на изобарски процес

$$\frac{C - C_p}{C - C_v} = 0 \Rightarrow C = C_p$$

2° $\gamma = 1: p V^1 = \text{const}$

$p V = \text{const}$ - изотермски процес

$$\frac{C - C_p}{C - C_v} = 1 \Rightarrow C - C_p = C - C_v \text{ тј. } C_p = C_v$$

3° $\gamma = \mu \quad p V^\mu = \text{const}$ - адијабатски процес

4° $\gamma = \pm \infty \quad \frac{C - C_p}{C - C_v} \rightarrow \infty \Rightarrow C \rightarrow C_v$

$$p V^{\pm \infty} = \text{const} \quad \left| \frac{1}{\infty} \right.$$

$$V = \frac{\text{const}}{p^{\frac{1}{\infty}}} = \sqrt[n]{p}$$

$$\lim_{n \rightarrow \pm \infty} \sqrt[n]{p} = 1$$

$V = \text{const}$ - изохорски процес

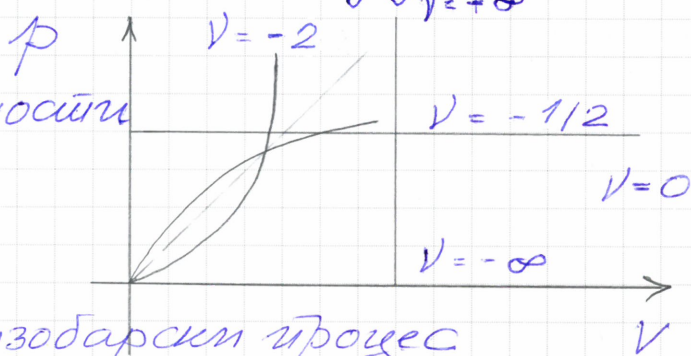
5° $1 < \gamma < \mu$

$$\gamma = \frac{C - C_p}{C - C_v}$$

$$C_v - C_v \gamma = C - C_p$$

$$C(\gamma - 1) = C_v \gamma - C_p$$

$$C = \frac{C_v \gamma - C_p}{\gamma - 1}$$



$$C_V V < C_P$$

$$C_V \cdot V - C_P < 0 \Rightarrow C < 0?$$

$$C_V \cdot V - \mu C_V = C_V (V - \mu) < 0$$

Коментар: C може да буде мања од нуле, ако гас при довођењу топлоте врши већи рад над околним него што је количина доведене топлоте. Разлику надокнађује из унутрашње енергије.

$$2^\circ \delta Q = ?$$

$$\delta Q = n c dT$$

$$Q = n C (T_2 - T_1)$$

$$3^\circ \delta A :$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p_1 V_1^\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^\gamma} = p_1 V_1^\gamma \frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \Big|_{V_1}^{V_2} =$$

$$p_1 V_1^\gamma \frac{V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

$$A = \frac{p_1 V_1^\gamma}{1-\gamma} (V_1^{1-\gamma} - V_2^{1-\gamma}) = \frac{p_1 (V_1^\gamma V^{1-\gamma} - V_1^\gamma V_2^{1-\gamma})}{1-\gamma}$$

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right)$$

$$4^\circ dU.$$

$$dU = n C_V dT$$

$$\Delta U = n C_V (T_2 - T_1)$$

54. ДРУГИ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ

Видели смо да први принцип термодинамике утврђује могуће трансформације енергије у термодинамичком систему (топлота се претвара у рад и унутрашњу енергију). Могући смерови одвицања трансформације енергије се не прецизирају. Рецимо, да ли је могуће сву доведену топлоту преточити у механички рад? Дали топлота ита смер про-

стирања? На ова питања одговор даје други принцип термодинамике. Теориски посматрано - сву топлоту која се ослободи у току неког термодинамичког процеса могуће је претворити у рад у једном изотермском процесу, јер према првом принципу термодинамике важи:

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad T = \text{const} \quad dU = n c_v dT \underset{0}{=} 0$$

$$\delta Q = \delta A$$

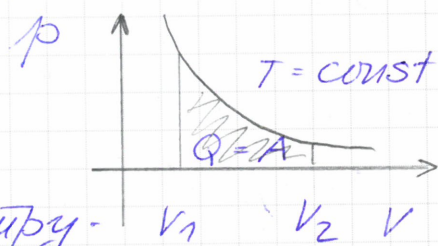
Међутим, у овом процесу радна запремина машини која претвара топлоту у рад би морала стално да расте, јер у изотермском процесу важи $Q = nRT$.

$\ln \frac{V_2}{V_1}$, V_1 - почетна, V_2 - крајња запремина

Други принцип термодинамике

у вези са идеалном топлотном

машином гласи: Није могуће конструисати машину која би без осимка топлоту претворила у рад, а да се не десе никакве промене у мотору и околини. Другим речима, немогуће је процес чим би се једини ефекат састојао у хлађењу топлотног резервоара за еквивалентан износ механичког рада. Ово је дефиниција која потиче од Келвина и Планка.

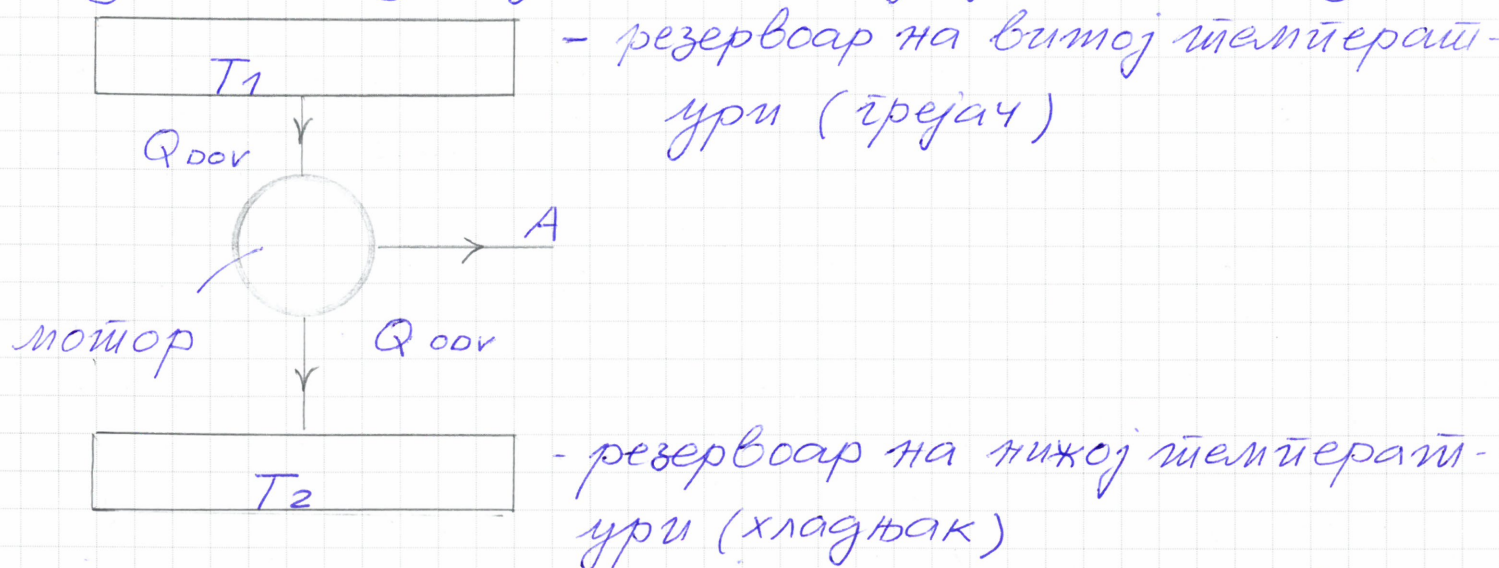


У нашем примеру изотермског мотора не мења се температура гаса као радног тела, али се мењају његова запремина и притисак, и то на, за нас, недовољан начин (V расте (мотор се повећава), а притисак тежи нули). Заме, мора се смислити циклична промена стања радног тела, тако да на крају једног циклуса p, V, T буде исто. На тај начин

Зафремна мотора може да буде константна, а P и T се мењају у дозвољеном опсегу, који не оштетује машину. Али, други принцип термодинамике тврди да у оваквим цикличним моторима није могуће сву топлоту превести у рад.

ПРИНЦИП РАДА ТОПЛОТНОГ МОТОРА:

Топлотни мотор претвара топлоту у механички рад и мора да се састоји од бар два топлотна резервоара: једног на вишој (грејач) и једног на нижој (хладњак) температури. Принцип његовог рада је следећи: Топлоту из резервоара више температуре доводио радном телу мотора, који даје механички рад на осовини, а део топлоте који се не претвори у рад предаје околини (топлотни губици). Принципијелна шема је дата на слици:



Према принципу одржања енергије мора да важи:

$Q_{Dov} = A + |Q_{oov}|$, јер је одведена топлота по знаку негативна (тај знак је аутоматски уграђен за израчунавање одведене топлоте).

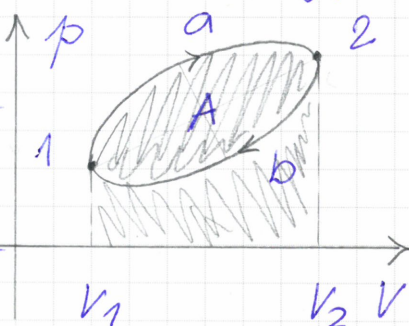
Уводио бмо појам ефикасности топлотне машине (изв. коефицијент корисног дејства):

$\eta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{A}{Q} \quad \begin{array}{l} \text{— корисна претворена енергија (корисан рад)} \\ \text{— уложена енергија} \end{array}$

$$\eta = \frac{Q_{\text{out}} - |Q_{\text{in}}|}{Q_{\text{out}}} = 1 - \frac{|Q_{\text{in}}|}{Q_{\text{out}}}$$

Видимо да ефикасност топлојетне машине никада није 100%. (η је увек мање од 1, а веће од 0).

Тудуци топлојет у виду Q_{out} у хемитовни фер је радно тело у контакту са конструкцијом мотора и због обично високих температура, оно греје и сапу конструкцију мотора. Мотори врше цикличну промену стања радног тела, која се приказује на pV дијаграму на следећи начин:
Топлојетни мотор обавља изв. термодинамички циклус.



Посматрамо почетно стање радног тела у тачки 1, са притиском p_1 и запремином V_1 (V_1 -минимална запремина процеса) и у тачки 2, са запремином V_2 (V_2 -максимална запремина процеса) и притиском p_2 . На делу циклуса од тачке 1 до 2 (преко а) врши се експанзија (ширење), а од тачке 2 до 1 (преко б) компресија (садицање). На првом делу циклуса 1-а-2, рад радног тела је позитиван јер се повећава запремина (садица се околина) (покреће се осовина), а он је на графику представљен шрафираним површином (испод дела криве 1-а-2, а изнад x -осе) и важи:

$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV, dV > 0 \Rightarrow A_{12} > 0$. На делу од 2 до 1 рад је негативан јер је $dV < 0$ (на графику је он приказан шрафиром између дела криве 2-б-1 и

x-осе) и даш је формулам:

$$A_{21} = \int_{V_2}^{V_1} p dV, \quad dV < 0 \Rightarrow A_{21} < 0$$

Укупан рад мотора у једном циклусу је

$A = A_{12} + A_{21}$ и једнак је површини ограниченој затвореном кривом 1-a-2-b-1. Дакле, корисан рад који даје мотор у једном циклусу једнак је површини ограниченој кривом којом је циклус представљен на pV дијаграму. Треба уочити да код циклических мотора постоји фаза (део циклуса) када се код њих улаже механички рад (површина ограничена делом криве од 2-b-1 и x-осом), али је укупан корисан рад мотора већи од нуле, јер важи $A_{12} > |A_{21}|$.

Укупна размењена топлота између мотора и околине се израчунава из првог принципа термодинамике:

криволинијски
интеграл

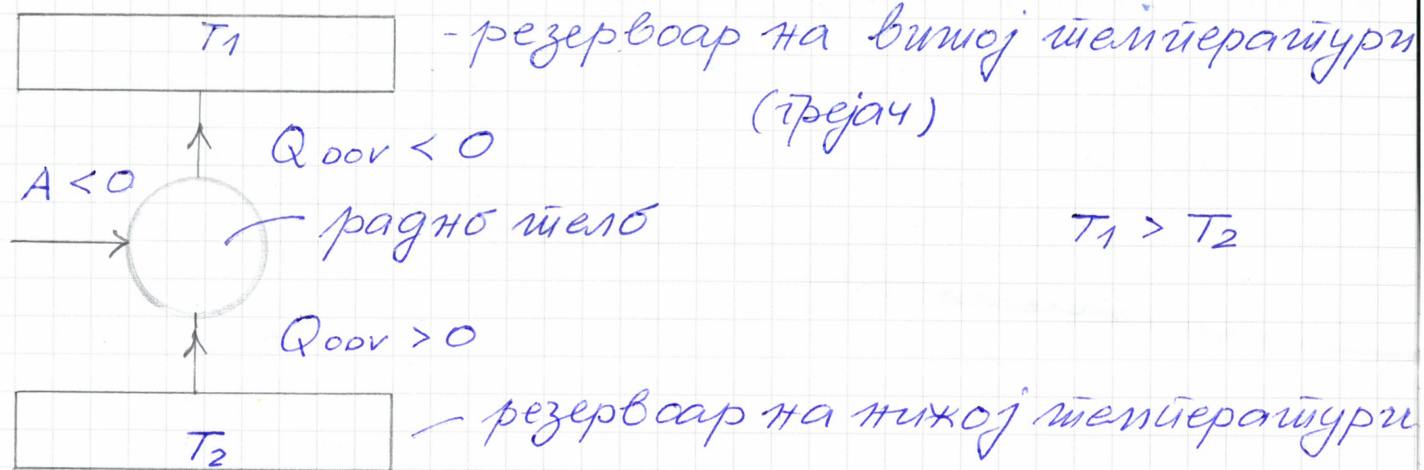
$$\oint \delta Q = \oint \delta U + \oint \delta A, \quad \oint \delta U = U_1 - U_1 = 0$$

II врсте

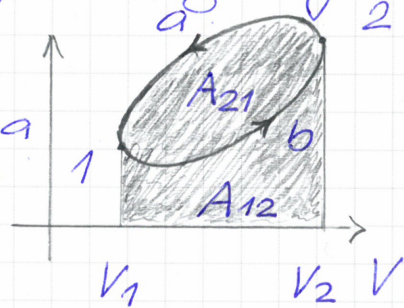
$$\underline{Q_{00V} - |Q_{00V}| = A}$$

ТОПЛОТНА ПУМПА И ДРУГИ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМИКЕ:

Други принцип термодинамике се може дефинисати и преко појма идеалне топлотне пумпе: Не постоји идеална топлотна пумпа, која без уложеног рада транспортује топлоту од резервоара на нижој (хладњак) до резервоара на вишој температури (грејач). Ова дефиниција се приписује Клаузиусу. Принцип рада топлотне пумпе је даш на следећој слици:



Топлотна пумпа користи механички рад који се у њу улаже (A) да би формирала левокретни циклус над радним телом. На делу циклуса од 1 до 2 радно тело одузима топлоту расхладној камери, а на делу од 2 до 1 - се радно тело (или гас) савуја, прегрева и одaje топлоту резервоару на вишој температури. На тај начин (уз помоћ механичког рада (A)) топлота струји од ка топлоу телу. Површина оградичена кривом 1-б-2-а-1 је нетајивна и представља уложени рад у току једног циклуса:



$$A = A_{12} + A_{21} < 0$$

Ефикасност топлотне пумпе се дефинише уз помоћ два коефицијента: коефицијента грејања (β_G) и коефицијента хлађења (β_H):

$$\beta_G^{\text{def}} = \frac{|Q_{00v}|}{|A|} = \frac{|Q_{00v}|}{|Q_{00v}| - Q_{00v}}$$

$$\beta_H^{\text{def}} = \frac{Q_{00v}}{|A|} = \frac{Q_{00v}}{|Q_{00v}| - Q_{00v}}$$

Коефицијенти хлађења и грејања су већи од јединице и описују ефикасност рада топлотних пумпи када оне хладе и греју. Топлотне пумпе су фрижидери ако је

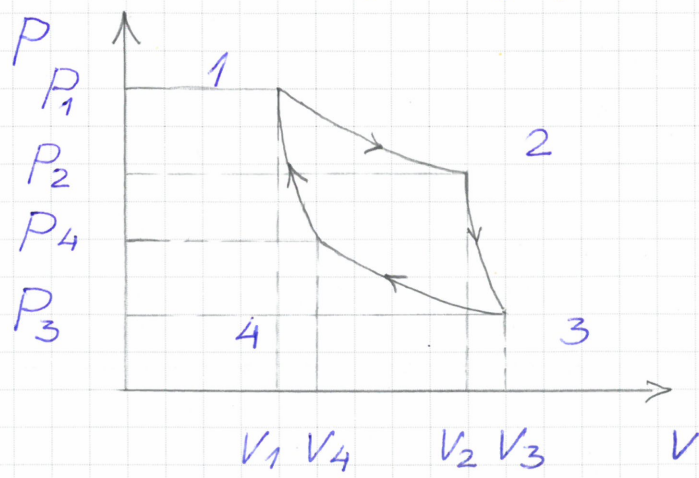
је резервоар на нижој температури раскладна комора. Ако је резервоар на вишој температури простор која коју треба запревати, онда су топлотне пумпе системи за запревање. Оне се данас широко користе за запревање просторија у зимском периоду тако што се топлота транспортује из хладне околине у запрежане просторије уз помоћ механичког рада који представља потрошњу за две уређује. Како је $\beta_G > 1$, доведена топлота у просторију када се запрева $|Q_{\text{пов}}| = \beta_G \cdot |A|$, што значи да се више топлоте добија него што се рада улаже (више се топлоте добије од уложене електричне енергије).

Carnot-ов циклус:

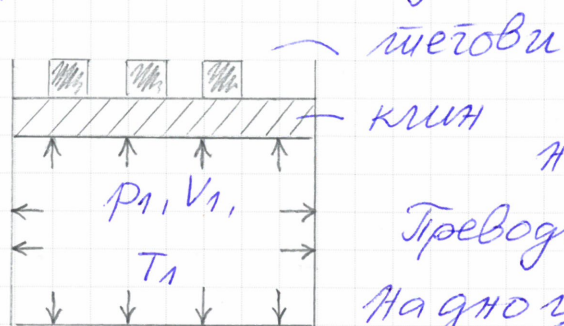
07.03.2005.

САДИ КАРНО - ФРАНЦУСКИ ИНЖЕЊЕР 1824.

Од свих могућих термодинамичких циклуса Карнов циклус има највећи коефицијент корисног дејства. При томе смањено да сви циклуси које смо поредили са Карновим раде између два топлотна резервоара, једног на вишој, а другог на нижој температури (које су за све две циклусе једнаке, T_1 - виша температура у свим циклусима, T_2 - нижа температура у свим циклусима). Карнов циклус се састоји из две изотерме и две адијабате:



Ефикасности Карнове машине не зависи од избора радног тела. Нека је радно тело идеалан гас затворен у цилиндру (вертикалан цилиндар је у питању), чији су бочни зидови идеално топлоотно изоловани, а са горње стране се налази клин са теловима који не проводи топлоту. Дно цилиндра идеално проводи топлоту, тј. има нулту термичку отпорност. Нека је гас на почетку p_1 температурн T_1 и запремини V_1 . Клин може да клизи без ирења по унутрашњоси цилиндра и на почетку мирује, јер је његова тежина заједно са теловима уравнотежена силом притиска молекула гаса који одоздо ударају у клин.

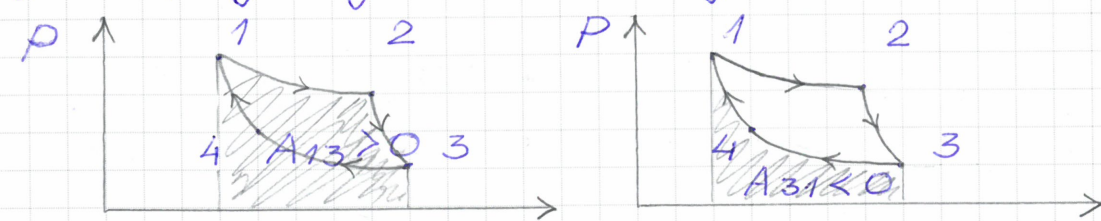


Нека је почетно стање гаса означено бројем 1 на pV дијаграму.

Преводимо гас изотермски у стање 2.

На дно цилиндра прислањамо топлоотни резервоар температуре T_1 (исте температуре као и гас) и постепено скидамо теове. Клин се помера навише, запремина гаса расте, а притисак опада. Гас има тенденцију да се хлади јер врши рад. Међутим, допрева га топлоотни резервоар и одржава му температуру константном. Процес се одвија врло споро. Овим смо гас довели у стање 2 (параметри p_2, V_2, T_1). Сада уклонимо топлоотни резервоар и заменимо га идеалним топлоотним изолатором. Адамови са скидањем теова али се експанзија (ширење) гаса одвија по адијабатском процесу, јер је гас термички изолован од околине. Његова температура у току процеса $1 \rightarrow 2$ опада, јер гас врши рад (подиже клин и теове) на

рачуна своје унутрашње енергије, услед чега се молекули успоравају. Стигли смо у тачку 3. Сада је гас на притиску P_3 , температури T_2 и запремини V_3 . До ове тачке гас је вршио рад (подизао клип и шетове). Сада гас морамо да вратимо у почетно стање. Зашто морамо да уложимо рад у циклус. Најпре гас хлађамо изотермски на делу $3 \rightarrow 4$. Дно цилиндра (након што смо уклонили штилошни изолатор) доводимо у контакт са резервоаром топлоће на нижој температури T_2 . Додавањем шетова лагано сажимамо гас да се не загреје. Штилошта из гаса циркули у резервоар јер мора постојати бар бесконачно мало загревање, односно гас је на бесконачно мало вишој температури од температуре резервоара. Стижемо до тачке 4 када дно цилиндра поново прекривамо штилошним изолатором и сажимање настављамо даљим додавањем шетова, али сада адијабатски, што доводи до загревања гаса, дамег повећања притиска и довођења гаса у почетно стање 1. Рад уложен на сажимање гаса од $3-4-1$ је мањи од добијеног рада од $1-2-3$. Објашњење:



Добијени рад од машине у једном циклусу је A_{13} , а уложени рад је A_{31} и по апсолутном износу је $|A_{31}| < A_{13}$ тј. уложени рад је мањи од добијеног. Израчунамо коефицијент корисног дејства све машине:

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{dov}}} = \frac{Q_{\text{dov}} - |Q_{\text{odv}}|}{Q_{\text{dov}}} = 1 - \frac{|Q_{\text{odv}}|}{Q_{\text{dov}}}$$

1-2: $Q_{12} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$, како је $V_2 > V_1$ то је $Q_{12} > 0$, Q_{12} је доведена топлота;

2-3: процес је адијабатски па је $Q_{23} = 0$;

3-4: $Q_{34} = nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$, како је $V_4 < V_3$ то је $Q_{34} < 0$, Q_{34} је одведена топлота;

4-1: $Q_{41} = 0$, процес је адијабатски.

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{\text{odv}}|}{Q_{\text{dov}}} = 1 - \frac{|nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}|}{nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \frac{\ln \frac{V_3}{V_4}}{\ln \frac{V_2}{V_1}}$$

Анализирајмо све делове циклуса

$$1-2: p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$2-3: p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma$$

$$3-4: p_3 V_3 = p_4 V_4$$

$$4-1: p_4 V_4^\gamma = p_1 V_1^\gamma$$

Множењем израза на левим и десним странама свих

једнакости добијемо:

$$p_1 V_1 p_2 V_2^{\gamma-1} p_3 V_3 p_4 V_4^{\gamma-1} = p_2 V_2 p_3 V_3^{\gamma-1} p_4 V_4 p_1 V_1^{\gamma-1}$$

$$(V_2 V_4)^{\gamma-1} = (V_1 V_3)^{\gamma-1}$$

$$V_1 V_3 = V_2 V_4 \Rightarrow \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$\text{па је } \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_2}$$

КОЕФИЦИЈЕНТ ХЛАЂЕЊА САРНОТ-ОВЕ ТОПЛОТНЕ ПУМПЕ

Анализирајмо топлотну пумпу која функционише као Сартот-ов левокретни циклус:

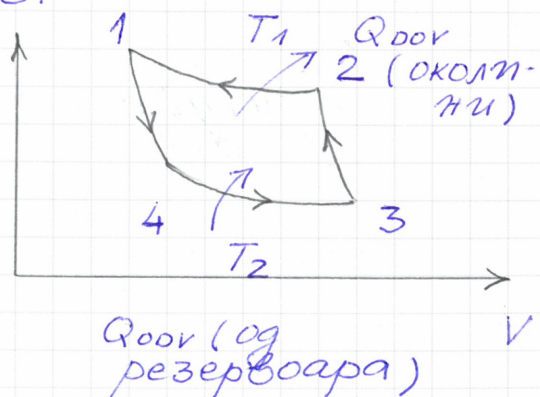
На делу циклуса од 2-1 се

топлота одводи и предаје око-

лини у износу који је одређен

формулом $Q_{21} = nRT_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$,

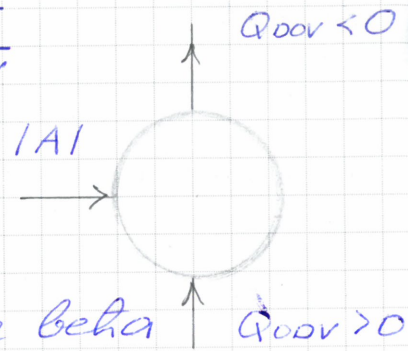
$Q_{21} < 0$ јер је $V_2 < V_1$



На делу 4-3 топлота се гасу доводи од расхладне коморе или резервоара на нивој температуре:

$Q_{43} = nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$, $Q_{43} > 0$, $V_3 > V_4$. Коефицијент хлађења $\beta_H \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Q_{\text{cool}}}{|A|} = \frac{Q_{43}}{|A|} = \frac{nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{|Q_{\text{cool}}| - Q_{\text{cool}}}$

$$\beta_H = \frac{nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{|nRT_1 \ln \frac{V_1}{V_2}| - nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}$$



$\beta_H = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$ Ефикасност хлађења је већа што је разлика температура ближа нули.

Коефицијент грејања просторије топлоћном пумпом:

$\beta_G \stackrel{\text{def}}{=} \frac{|Q_{\text{cool}}|}{|A|}$ - одводи се од процеса али се напа доводи

$$\beta_G \stackrel{\text{def}}{=} \frac{|Q_{21}|}{|Q_{21}| - Q_{43}} = \frac{|nRT_1 \ln \frac{V_1}{V_2}|}{|nRT_1 \ln \frac{V_1}{V_2}| - nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}$$

$$\beta_G = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{1}{\eta}$$

За коефицијент грејања важи да је он већи уколико су температуре T_1 и T_2 ближе једна другој, тј. уколико $T_1 - T_2 \rightarrow 0$ и може да има вредност око 10 за собну температуру 0°C , а 20°C за собну температуру.

Резултирајмо дефиниције другог принципа термодинамике које се уводе преко топлоћне машине и топлоћне пумпе:

1. Није могуће конструисати машину која сву топлоту преводи у механички рад (без осћајка);
2. Није могуће конструисати топлоћну пумпу која ће без утрошка рада преводити топлоту од тела ниже температуре до тела више температуре. Други принцип термодинамике се може дефинисати преко физичке величине која се назива ентропија и појма Клаузиусовог интеграла, што је тема наредних лекција.