

GRAĐEVINSKA FIZIKA - RAČUNSKÉ VEŽBE - V NEDELJA

1. Ravan zid sastoji se od 4 sloja. Debljine, faktor otpora difuzije i toplotne provodnosti pojedinih slojeva date su u tabeli. koeficijenti prelaza topline sa unutrašnje i spoljašnje strane zida su $7,69 \frac{W}{K \cdot m^2}$ i $25 \frac{W}{K \cdot m^2}$ redom. Temperatura i relativna vlažnost sa spoljašnje strane su $-5^\circ C$ i 90% , dok su sa unutrašnje strane $20^\circ C$ i 55% . Korišćenjem Glaserovog postupka odrediti parcijalne pritiske vodene pare i pritiske zasićene vodene pare na spojevima materijala. Odrediti gustinu difuznog fluxa vlaženja i masu kondenzata (vode) koja difunduje kroz $1m^2$ zida tokom 60 dana, kao i gustinu difuznog fluxa isušivanja i vreme isušivanja. Pretpostaviti da je tokom perioda isušivanja temperatura unutar zida $18^\circ C$, a relativna vlažnost vazduha 65% sa spoljašnje i unutrašnje strane zida. Pritiske zasićene vodene pare p^e računati korišćenjem sledeće relacije:

$$p^e(t) = \begin{cases} 610,6 \cdot 10^{\frac{715 \cdot t}{t + 237,5}} & ; t \geq 0 \\ 610,6 \cdot 10^{\frac{9,5 \cdot t}{t + 265,5}} & ; t < 0 \end{cases}$$

Br.	Materijal	Debljina d [cm]	Faktor otpora difuzije μ	$\pi \left[\frac{W}{m \cdot K} \right]$
1	Malter (unutra)	3	30	1,40
2	Gips blok	24	6	0,61
3	Stirodur	10	50	0,035
4	Malter (spolja)	2,5	30	1,40

$$q = \frac{\Phi}{S} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\pi_i} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{20 - (-5)}{\frac{1}{7,69} + \frac{0,03}{1,4} + \frac{0,24}{0,61} + \frac{0,1}{0,035} + \frac{0,025}{1,4} + \frac{1}{25}} = 7,226 \frac{W}{m^2}$$

$$\Phi = \alpha_1 S (t_1 - t_{z1}) \Rightarrow t_{z1} = t_1 - \frac{\Phi / S}{\alpha_1} = t_1 - q \cdot \frac{1}{\alpha_1} = 19,060338^\circ C$$

$$\Phi = \alpha_2 S (t_{z2} - t_2) \Rightarrow t_{z2} = t_2 + \frac{\Phi / S}{\alpha_2} = t_2 + q \cdot \frac{1}{\alpha_2} = -4,71096^\circ C$$

$$\Phi = \frac{\pi_1 \cdot S (t_{z1} - t_{z2})}{d_1} \Rightarrow t_{z2} = t_{z1} - \left(\frac{\Phi}{S} \right) \frac{d_1}{\pi_1} = t_{z1} - q \cdot \frac{d_1}{\pi_1} = 18,905495^\circ C$$

$$t_{z3} = t_{z2} - \frac{\Phi}{S} \frac{d_2}{\pi_2} = t_{z2} - q \cdot \frac{d_2}{\pi_2} = 16,062478^\circ C$$

$$t_{z4} = t_{z3} - \frac{\Phi}{S} \frac{d_3}{\pi_3} = t_{z3} - q \cdot \frac{d_3}{\pi_3} = -4,583235^\circ C$$

→ pritisci zasićene vodene pare u vazduhu sa unutrašnje i spoljašnje strane zida:

$$p_1^e \rightarrow t_1 = 20^\circ C \rightarrow p_1^e = 610,6 \cdot 10^{\frac{715 \cdot 20}{20 + 237,5}} = 2334,97 Pa$$

$$p_2^e \rightarrow t_2 = -5^\circ C \rightarrow p_2^e = 610,6 \cdot 10^{\frac{9,5 \cdot (-5)}{-5 + 265,5}} = 401,25 Pa$$

→ pritisci zasićene pare na površinama i spojevima materijala:

$$p_{21}^e = 610,6 \cdot 10^3 \cdot \frac{7,5 \cdot 19,06}{19,06 + 237,5} = 2202,6 \text{ Pa}$$

$$p_{12}^e = 610,6 \cdot 10^3 \cdot \frac{7,5 \cdot 18,95}{18,95 + 237,5} = 2181,42 \text{ Pa}$$

$$p_{23}^e = 610,6 \cdot 10^3 \cdot \frac{7,5 \cdot 16,061}{16,061 + 237,5} = 1823,14 \text{ Pa}$$

$$p_{34}^e = 610,6 \cdot 10^3 \cdot \frac{9,5 \cdot (-4,584)}{-4,584 + 265,5} = 417,77 \text{ Pa}$$

$$p_{22}^e = 610,6 \cdot 10^3 \cdot \frac{9,5 \cdot (-4,711)}{-4,711 + 265,5} = 411,29 \text{ Pa}$$

→ pritisci nezasićene vodene pare u vazduhu sa unutrašnje i spoljašnje strane zida

$$p_1 = p_1^e \cdot \varphi_1 = 2334,97 \text{ Pa} \cdot 0,55 = 1284,23 \text{ Pa}$$

* φ - relativna vlažnost vazduha

$$p_2 = p_2^e \cdot \varphi_2 = 401,25 \text{ Pa} \cdot 0,9 = 361,125 \text{ Pa}$$

$$\varphi_1 = 55\% = 0,55$$

$$\varphi_2 = 90\% = 0,9$$

→ Prema Glasierovom modelu smatra se da se pritisak nezasićene vodene pare na površinama zida jednaka pritiscima nezasićene pare u vazduhu

$$p_{21} = p_1 \quad p_{22} = p_2$$

→ Da bismo odredili pritiske vodene pare na spojevima materijala u zidu koristimo izraz za gustinu difuzionog fluksa pare:

$$g = \frac{p_1 - p_2}{1,5 \cdot 10^6 \sum_{i=1}^4 \mu_i \cdot d_i} = \frac{0,67 \cdot 10^{-6} (p_1 - p_2)}{\sum_{i=1}^4 \mu_i d_i} = \frac{0,67 \cdot 10^{-6} (p_1 - p_2)}{r} \quad , r = \sum_{i=1}^4 \mu_i d_i \text{ - ekvivalentna difuziona debljina}$$

→ Iz izraza za fluks kroz prvi sloj nalazimo p_{12} :

$$\phi = \frac{p_1 - p_2}{1,5 \cdot 10^6 \mu_1 d_1 / s} \Rightarrow p_{12} = p_1 - 1,5 \cdot 10^6 \frac{\phi}{s} \mu_1 d_1 = p_1 - 1,5 \cdot 10^6 g \mu_1 d_1 = p_1 - \frac{p_1 - p_2}{\sum_{i=1}^4 \mu_i d_i} \mu_1 d_1$$

$$p_{12} = p_1 - \frac{p_1 - p_2}{r} \cdot d_1 \mu_1 = 1284,23 - \frac{1284,23 - 361,125}{8,09} \cdot 0,03 \cdot 30 = 1181,54 \text{ Pa}$$

$$r = \mu_1 d_1 + \mu_2 d_2 + \mu_3 d_3 + \mu_4 d_4 = 8,09 \text{ m}$$

$$p_{23} = p_1 - \frac{p_1 - p_2}{r} (d_1 \mu_1 + d_2 \mu_2) = 1284,23 - \frac{1284,23 - 361,125}{8,09} (0,03 \cdot 30 + 0,24 \cdot 6) = 1017,23 \text{ Pa}$$

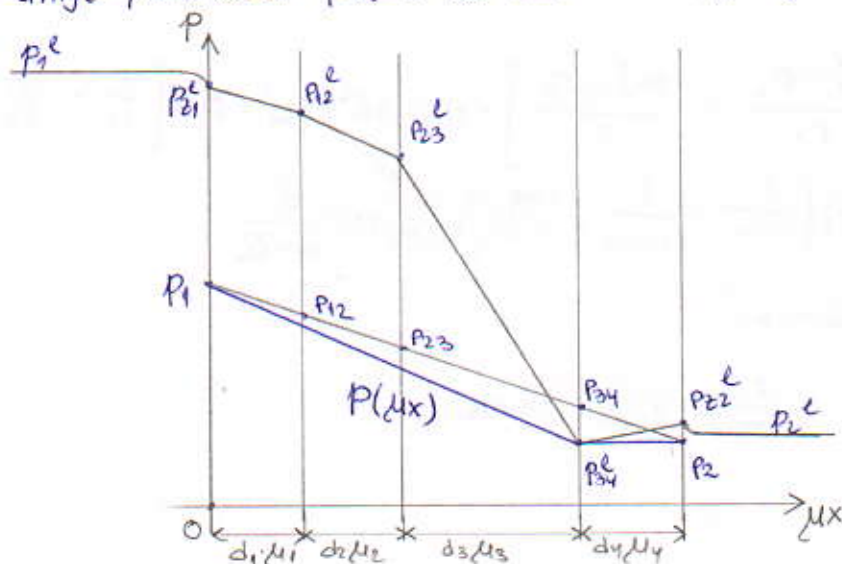
$$p_{34} = p_1 - \frac{p_1 - p_2}{r} (d_1 \mu_1 + d_2 \mu_2 + d_3 \mu_3) = 1284,23 - \frac{1284,23 - 361,125}{8,09} (0,03 \cdot 30 + 0,24 \cdot 6 + 0,1 \cdot 50) = 446,70 \text{ Pa}$$

→ Sada poredimo brojne vrednosti pritiska zasićene i nezasićene pare na spojevima materijala na istom mestu i gledamo da li je neki od nezasićenih pritiska veći od zasićenih.

Pritisak zasićene vodene pare	$>/<$	Pritisak nezasićene vodene pare
$P_{21}^e = 2202,6 \text{ Pa}$	$>$	$P_{21} = P_1 = 1284,23 \text{ Pa}$
$P_{12}^e = 2181,42 \text{ Pa}$	$>$	$P_{12} = 1181,54 \text{ Pa}$
$P_{23}^e = 1823,14 \text{ Pa}$	$>$	$P_{23} = 1017,23 \text{ Pa}$
→ $P_{34}^e = 415,77 \text{ Pa}$	$<$	$P_{34} = 446,70 \text{ Pa}$
$P_{22}^e = 411,29 \text{ Pa}$	$>$	$P_{22} = P_2 = 361,125 \text{ Pa}$

← $P_{34} > P_{34}^e$
 ⇒ dolazi do kondenzacije pare na spoju trećeg i četvrtog sloja

→ Sada crtamo Glaserov dijagram pritiska vodene pare. Na ordinatu nanosimo pritisak, a na apcisu brojne vrednosti proizvoda $\mu \cdot d$. U ovom dijagramu pritisak nezasićene pare $p(\mu x)$ je linearna funkcija koja opada od P_1 do P_2 . Pritisak zasićene vodene pare je izlomljena linija $p^e(\mu x)$. Pošto pritisak vodene pare $p(\mu x)$ na spoju 3-4 ne može biti veći od pritiska zasićenja $p^e(\mu x)$, doći će do "lomljenja" linije pritiska $p(\mu x)$ na tom mestu, pa je $P_{34} = P_{34}^e = 415,77 \text{ Pa}$.



→ Nagib krive pritiska $p(\mu x)$ nije isti levo i desno od ravni 3-4, odnosno:

$$\frac{P_1 - P_{34}}{\mu_1 d_1 + \mu_2 d_2 + \mu_3 d_3} \neq \frac{P_{34} - P_2}{\mu_4 d_4}$$

→ To daje znači da li gustine fluxeva vodene pare sa leve i desne strane nisu iste:

$$g_1 = 0,67 \cdot 10^{-6} \frac{P_1 - P_{34}^e}{r_1} = 0,67 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1284,23 - 415,77}{7,34} = 7,93 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{h}}$$

$$g_2 = 0,64 \cdot 10^{-6} \frac{P_{34}^e - P_2}{r_2} = 0,67 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{415,77 - 361,125}{0,75} = 4,88 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{h}}$$

$$r_1 = \mu_1 d_1 + \mu_2 d_2 + \mu_3 d_3 = 7,34 \text{ m}$$

$$r_2 = \mu_4 \cdot d_4 = 0,75 \text{ m}$$

→ Razlika gustina fluksa predstavlja brzinu akumulacije kondenzovane pare na spoju 3-4:

$$g_{vl} = g_1 - g_2 = 3,05 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} = 0,0305 \frac{\text{g}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

→ Masa kondenzovane pare po jedinici površine za 60 dana je:

$$\frac{\Delta m}{S} = 24 \cdot 60 \cdot g_{vl} = 43,92 \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$$

→ PRORAČUN ISUŠENJA

- Pritiske vodene pare u vazduhu sa unutrašnje p_i i spoljašnje p_e strane u uslovima isušenja ($\varphi_{is} = 0,65$, $t_{is} = 18^\circ\text{C}$)

$$p_i = p_e = \varphi_{is} \cdot p_{sv}^L(18^\circ\text{C}) = 0,65 \cdot p_{sv}^L(18^\circ\text{C}) = 1339,818 \text{ Pa}$$

$$p_{sv}^L(18^\circ\text{C}) = 610,6 \cdot 10^{\frac{t_{is} \cdot 18}{18 + 237,5}} = 2061,258 \text{ Pa}$$

→ Isušenje se vrši levo i desno od ravni kondenzacije, pa je ukupna gustina fluksa vodene pare isušenja:

$$g_{is} = g_{1is} + g_{2is} = 0,67 \cdot 10^{-6} \left[\frac{p_{sv}^L - p_i}{r_1} + \frac{p_{sv}^L - p_e}{r_2} \right] = 0,67 \cdot 10^{-6} (p_{sv}^L - p_i) \left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right] \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \right]$$

$$g_{is} = 0,67 \cdot 10^{-6} (2061,258 - 1339,818) \left[\frac{1}{734} + \frac{1}{0,75} \right] \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \right] = 0,710 \frac{\text{g}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

→ Vreme potrebno za isušenje:

$$t_{is} = 1,3 \cdot \frac{\Delta m}{g_{is}} = 1,3 \cdot \frac{43,92}{0,710} \cdot \frac{1}{24} = 3,35 \text{ dana}$$

2. Ravan zid sastoji se od 4 sloja. Debljine, faktor otpora difuzije i koeficijenti toplotne provodnosti pojedinih slojeva dati su u tabeli. Koeficijenti prelaza topline sa unutrašnje i spoljašnje strane zida su $7,69 \frac{W}{K \cdot m^2}$ i $25 \frac{W}{K \cdot m^2}$ redom. Temperatura i relativna vlažnost vazduha sa spoljašnje strane su $0^\circ C$ i 90% , a sa unutrašnje $20^\circ C$ i 55% . Korišćenjem Glaserovog postupka odrediti parcijalne pritiske vodene pare i pritiske zasićene vodene pare na spojevima materijala. Da li dolazi do kondenzacije vodene pare u zidu? Odrediti gustinu difuzionog fluksa pare kroz zid i masu vodene pare koja difunduje kroz $1m^2$ zida tokom 60 dana. Pritiske zasićene vodene pare p^e računati korišćenjem sledeće relacije:

$$p^e(t) = \begin{cases} 610,6 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot t}{t + 237,5}} & ; t \geq 0 \\ 610,6 \cdot 10^{\frac{9,5 \cdot t}{t + 265,5}} & ; t < 0 \end{cases}$$

Br.	Materijal	Debljina d [cm]	Faktor otpora difuzije μ	$\lambda \left[\frac{W}{mK} \right]$
1	Malter (unutra)	2	30	1,40
2	Opeka	20	6	0,76
3	Stirodur	10	50	0,035
4	Malter (spolja)	2	30	1,40

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{20 - 0}{\frac{1}{7,69} + \frac{0,02}{1,4} + \frac{0,2}{0,76} + \frac{0,1}{0,035} + \frac{0,02}{1,40} + \frac{1}{25}} = 6,026 \frac{W}{m^2}$$

$$t_{z1} = t_1 - \frac{q}{\alpha_1} = 19,216^\circ C \quad t_{z2} = t_2 + \frac{q}{\alpha_2} = 0,241^\circ C$$

$$t_{12} = t_1 - q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d_1}{\lambda_1} \right) = t_{z1} - q \cdot \frac{d_1}{\lambda_1} = 19,1303^\circ C$$

$$t_{23} = t_{12} - q \cdot \frac{d_2}{\lambda_2} = 17,544^\circ C$$

$$t_{34} = t_{23} - q \cdot \frac{d_3}{\lambda_3} = 0,327^\circ C$$

→ pritisci zasićene vodene pare:

$$p_1^e = 610,6 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot 20}{20 + 237,5}} = 2334,97 Pa$$

$$p_2^e = 610,6 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot 0}{0 + 237,5}} = 610,6 Pa$$

$$p_{z1}^e = 610,6 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot 19,216}{19,216 + 237,5}} = 2224,16 Pa$$

$$p_{12}^e = 610,6 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot 19,1303}{19,1303 + 237,5}} = 2212,27 Pa$$

$$p_{23}^e = 610,6 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot 17,544}{17,544 + 237,5}} = 2003 Pa$$

$$p_{34}^e = 610,6 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot 0,327}{0,327 + 237,5}} = 625,28 Pa$$

$$p_{z2}^e = 610,6 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot 0,241}{0,241 + 237,5}} = 621,385 Pa$$

→ pritisak nezasićene vodene pare

$$P_1 = p_1 \cdot P_1^e = 0,55 \cdot 2334,97 \text{ Pa} = 1284,234$$

$$P_2 = p_2 \cdot P_2^e = 0,9 \cdot 610,6 = 549,54 \text{ Pa}$$

$$r = \sum_{i=1}^4 \mu_i d_i = 30 \cdot 0,02 + 6 \cdot 0,2 + 50 \cdot 0,1 + 30 \cdot 0,02 = 7,4 \text{ m}$$

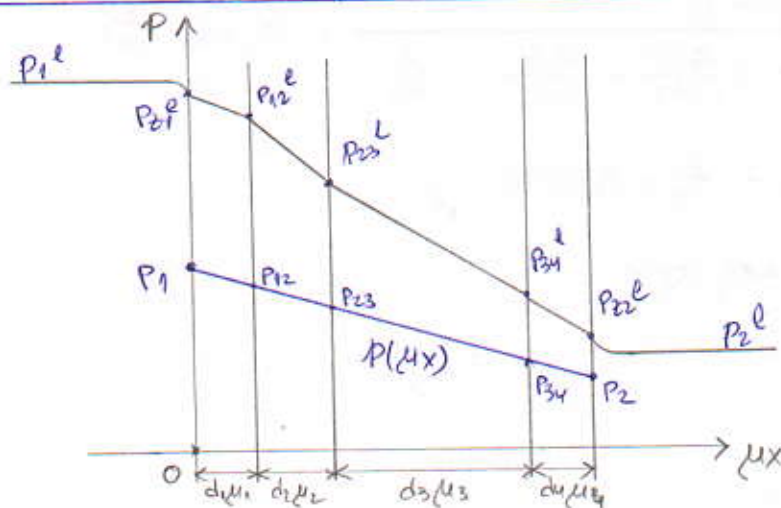
$$P_{12} = P_1 + \frac{P_2 - P_1}{r} \mu_1 d_1 = 1284,234 + \frac{549,54 - 1284,234}{7,4} \cdot 0,02 \cdot 30 = 1224,66 \text{ Pa}$$

$$P_{23} = P_1 + \frac{P_2 - P_1}{r} (\mu_1 d_1 + \mu_2 d_2) = 1105,52 \text{ Pa}$$

$$P_{34} = P_1 + \frac{P_2 - P_1}{r} (\mu_1 d_1 + \mu_2 d_2 + \mu_3 d_3) = 609,11 \text{ Pa}$$

Pritisak zasićene vodene pare	$\frac{P}{P_2^e}$	Pritisak nezasićene vodene pare
$P_{21}^e = 2224,16 \text{ Pa}$	$>$	$P_{21} = P_1 = 1284,23 \text{ Pa}$
$P_{12}^e = 2212,27 \text{ Pa}$	$>$	$P_{12} = 1224,66 \text{ Pa}$
$P_{23}^e = 2003 \text{ Pa}$	$>$	$P_{23} = 1105,52 \text{ Pa}$
$P_{34}^e = 625,28 \text{ Pa}$	$>$	$P_{34} = 609,11 \text{ Pa}$
$P_{22}^e = 621,385 \text{ Pa}$	$>$	$P_{22} = P_2 = 549,54 \text{ Pa}$

NE DOLAZI
⇒ DO KONDENZACIJE!



→ Gustina difuzionog fluksa vodene pare kroz zid:

$$g = 0,67 \cdot 10^{-6} \frac{P_1 - P_2}{r} = 0,67 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1284,234 - 549,54}{7,4} = 0,0665 \frac{\text{g}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

→ Masa vodene pare koja difunduje po jedinici površine zida za 60 dana:

$$\Delta m = 24 \cdot 60 \cdot g = 95,788 \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$$

saradnik Milica Radović