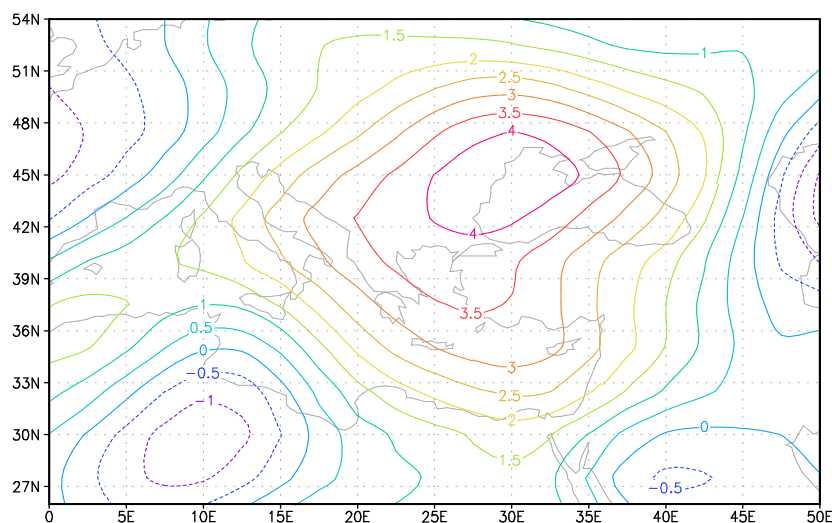


Ivana Tošić
Miroslava Unkašević

KLIMATSKE PROMENE U SRBIJI

Monografija



**dr Ivana Tošić
dr Miroslava Unkašević**

KLIMATSKE PROMENE U SRBIJI

Monografija

**Beograd
2013**

Autori:

dr Ivana Tošić, van. prof.

dr Miroslava Unkašević, red. prof.

KLIMATSKE PROMENE U SRBIJI

Recenzenti:

dr Mladen Ćurić, red. prof.

dr Mirjana Ruml, red. prof.

dr Nevena Petrović, van. prof.

Prelom teksta: Ivana Tošić

Narodna biblioteka Srbije, Beograd

TOŠIĆ, Ivana

Klimatske promene u Srbiji/ Ivana

Tošić, Miroslava Unkašević – Beograd:

I. Tošić, 2016 - 161 str.:

graf. prikazi; 24 cm

Bibliografija: str. 152-161

ISBN 978-86-920651-0-1

Predgovor

Pod pojmom klima podrazumeva se srednje stanje atmosfere (tj. srednje vrednosti klimatskih elemenata: temperature, pritiska, vlažnosti, padavina i dr.) ili najčešće vreme iznad određene oblasti u dužem vremenskom razdoblju (Radinović, 1984). To srednje stanje odražava uravnoteženost geofizičkog sistema kojeg čine atmosfera, okeani, kopno, ledeni i biljni pokrivač na Zemlji, kao i okružujuća vasiona. Klima neke oblasti, dakle i Srbije, zavisi od klimatskih činilaca: geografske širine, reljefa, nadmorske visine i udaljenosti od mora.

Zbog neusaglašenog delovanja pojedinih komponenata geofizičkog sistema na atmosferu dolazi do povremenog odstupanja od srednjeg stanja atmosfere, tj. kolebanja klime. Granice tih kolebanja još nisu poznate. Dejstvom raznih mehanizama povratne sprege atmosfera se vraća svom srednjem stanju.

Pod klimatskim promenama podrazumeva se bilo koja sistematska promena u dugogodišnjoj statistici klimatskih elemenata (npr. temperature, pritiska, vetra) koja postoji tokom nekoliko dekada. Do klimatskih promena može doći zbog prirodnih uzroka ili zbog ljudskog delovanja. Promene komponenata geofizičkog sistema (npr. kontinenti menjaju svoj položaj i oblik, okeani menjaju svoju površinu i zapreminu, atmosfera menja svoj sastav, Sunčevo zračenje menja svoj intenzitet itd.) dovode do promena srednjeg stanja atmosfere, odnosno promena klime. Od niza faktora koji utiču na promenu klime na Zemlji jedino je uticaj astronomskih faktora po Milankovićevoj teoriji dobio odgovarajuću potvrdu. Što se tiče antropogenih uticaja treba istaći da oni poslednjih decenija znatno premašuju prirodne uticaje. To dovodi do ogromnog ubrzanja klimatskih promena sa nesagledivim posledicama. Stoga su održane konferencije o klimi i klimatskim promenama na kojima je dato uputstvo da se ograniči koncentracija štetnih gasova u atmosferi koji dovode do porasta

temperature na Zemlji na nivo koji neće remetiti prirodan tok klimatskog sistema.

Cilj ove Monografije je da na osnovu proučavanja klimatskih elemenata temperature i padavina, kao i njihovih ekstrema u prošlosti odgovori na sledeća pitanja:

- Kako su se temperature i padavine i njihovi ekstremi u Srbiji menjali?*
- Kakvi su trendovi temperature i padavina kao i njihovih ekstrema?*

Pre svega je potrebno definisati šta se podrazumeva pod ekstremom. Ekstrem je najviša ili najniža vrednost klimatskog elementa osmotrena tokom perioda osmatranja. Ekstremi su retki događaji u okviru odgovarajuće statističke raspodele (krajevi funkcije gustine raspodele) određenog klimatskog elementa na određenom mestu (Houghton i sar., 2001).

Da bi se na jedinstven način analizirale osmotrene promene klimatskih ekstrema, Radna grupa Svetske meteorološke organizacije (WMO) za detekciju klimatskih promena – komisija za klimatologiju (Working Group on Climate Change Detection of the World Meteorological Organization – Commission for Climatology, WMO–CCL) i na osnovu istraživačkog programa o klimatskoj varijabilnosti i predvidljivosti (the Research Programme on Climate Variability and Predictability, CLIVAR; Peterson i sar., 2001) je definisala set standardizovanih indeksa. Koristeći standardizovane indekse mogu se analizirati trendovi ekstrema u prošlosti na jedinstven način. Međutim, pitanje je šta se podrazumeva pod trendom. Često se za objašnjenje trenda koristi formulacija kao u izveštajima međunarodnog panela za klimatske promene (IPCC), u kojima se reč trend koristi za određivanje monotonog porasta ili opadanja srednje vrednosti nekog klimatskog elementa tokom perioda osmatranja.

Kako klimatski sistem sadrži varijabilnosti na svim vremenskim razmerama, postavlja se pitanje za koji vremenski opseg ih treba računati? Iz praktičnih razloga klimatolozi koriste standardan period od 30 godina definisan od strane WMO. U proučavanju klimatskih promena izbor od 30 godina (1961-1990.) nije toliko očigledan, jer klimatski sistem sadrži varijabilnosti na svim vremenskim razmerama. U ovoj Monografiji, trendovi su izračunati za specifične periode bez obzira na ograničenja u vremenskim razmerama u odnosu na varijabilnost i bez obzira na uzroke. Izračunati trendovi predstavljaju promene koje mogu biti usled prirodnih procesa unutar klimatskog sistema ili spoljašnjeg forsiranja koje može biti prirodno (Sunčevo zračenje, aerosoli iz vulkana, ozon i sl.) ili antropogeno (gasovi staklene bašte i sl.).

Predgovor

Ova Monografija je nastala na osnovu rezultata istraživanja autora koja su objavljena u više eminentnih međunarodnih časopisa koji se odnose na tematiku klimatskih promena.

Materija je grupisana u osam glava. U prvoj glavi Monografije su predstavljeni metodi koji su korišćeni u analizi klimatskih elemenata: empirijske ortogonalne funkcije (EOF), autoregresioni modeli pokretnih sredina (ARMA), generalizovana raspodela za ekstremne vrednosti (GEV) i generalizovana Pareto raspodela (GPD). Analiza ekstremnih temperatura u Beogradu je data u Glavi 3. Zatim je predstavljena prostorna raspodela temperature koristeći EOF i analiza trenda temperature na osnovu temperaturnih indeksa (Glava 4). U Glavi 5 su analizirane ekstremne temperature i talasi toplote u Srbiji koristeći ARMA modele vremenskih serija i GPD. Zatim su analizirane padavine, tj. njihova prostorna raspodela koristeći EOF i trend (Glava 6). Varijabilnost i periodičnost padavina je prikazana u Glavi 7. U poslednjoj glavi je data analiza vlažnih i sušnih perioda u Srbiji koristeći standardizovani indeks padavina (Glava 8). Na kraju je naveden spisak referenci.

Drago nam je što možemo ovim putem da se zahvalimo recenzentima, prof. Mladenu Ćuriću, prof. Mirjani Ruml i prof. Neveni Petrović, koji su pažljivo pročitali rukopis i dali korisne sugestije.

Autori

Beograd, 31.01.2013.

Sadržaj

1 Uvod	1
2 Korišćeni metodi	5
2.1 Empirijske ortogonalne funkcije	5
2.2 ARMA modeli	11
2.3 Generalizovana raspodela ekstremnih vrednosti	27
2.4 Generalizovana Pareto raspodela.....	29
3 Ekstremne temperature	31
3.1 Ekstremne temperature u Beogradu	31
3.2 Analiza ekstremnih sezonskih temperatura	33
3.3 Srednje letnje i maksimalne dnevne temperature u Srbiji	45
3.4 Analiza maksimalnih dnevnih temperatura i talasa toplote u Smederevskoj Palanci	48
3.5 Analiza talasa toplote u Smederevskoj Palanci 2007. godine ..	51
3.6 Zaključak.....	59
4 Prostorna raspodela temperature	60
4.1 Klimatološke karakteristike temperature u Srbiji	60
4.2 Primena EOF na minimalne i maksimalne temperature.....	61
4.3 Analiza temperaturnih indeksa.....	65
4.4 Zaključak.....	69
5 Talasi toplote	71
5.1 Ekstremno visoke temperature u Srbiji	71

5.2 Ekstremni talasi toplote u Srbiji.....	74
5.3 Primena ARMA modela na temperature	76
5.4 Uslovljenost talasa toplote atmosferskom cirkulacijom	79
5.5 Analiza tropskih dana primenom AR modela	83
5.6 Primena GPD na ekstremne temperature i tropske dane	87
5.6 Zaključak.....	89
6 Prostorna raspodela padavina.....	91
6.1 Klimatološke karakteristike padavina u Srbiji	91
6.2 Primena EOF na padavine.....	92
6.3 Trendovi padavina u Srbiji	100
6.4 Zaključak.....	113
7 Varijabilnost godišnjih i ekstremnih padavina	114
7.1 Ekstremne padavine u Srbiji	114
7.2 Analiza variabilnosti i verovatnoće padavina	114
7.3 Raspodela frekvencija ekstremnih padavina.....	118
7.4 Ekstremne padavine u Beogradu.....	122
7.5 Analiza periodičnosti padavina u Srbiji.....	126
7.6 Analiza periodičnosti padavina u Beogradu	132
7.7 Zaključak.....	137
8 Analiza vlažnih i sušnih perioda	139
8.1 Izračunavanje SPI.....	139
8.2 Analiza vlažnih i sušnih perioda u Srbiji	140
8.3 Vlažni i sušni periodi tokom 1999-2000. god.	140
8.4 Analiza vlažnih i sušnih perioda u Beogradu	145
8.5 Analiza ekstremnih vrednosti SPI	148
8.6 Zaključak.....	151
Literatura.....	152

1 Uvod

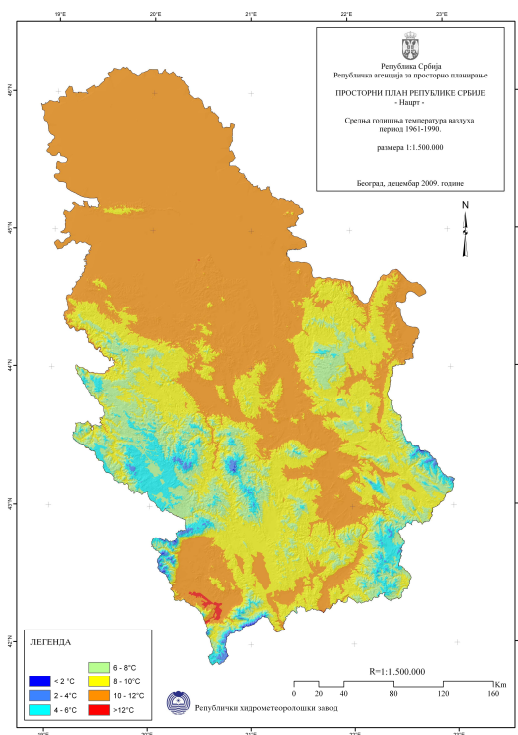
Atmosfera svoja bitna fizička svojstva, kao što su: toplota, vlažnost, zasićenost i dr. dobija od Zemljine površine. Stoga je glavni činilac koji utiče na vrednost i raspodelu klimatskih elemenata razlika u fizičkim svojstvima vodenih i kopnenih masa (Radinović, 1981). Ti uticaji se prenose na velika rastojanja, pa je klima Srbije određena karakteristikama velikih vodenih i kopnenih masa koje je okružuju. Najveći toplotni uticaj mora na Balkansko poluostrvo imaju: Jadransko, Jonsko, Egejsko i Crno more. Ovaj uticaj je najveći u januaru kada je razlika između temperature morske površine i vazduha najveća. U toku leta, mora koja okružuju Balkansko poluostrvo nemaju odgovarajuće rashlađujuće dejstvo kakvo postoji pri obalama Atlantskog okeana na istim geografskim širinama.

Uticaj koji vrše planinski masivi na vreme i klimu Srbije imaju višestruki karakter. Nepravilni topografski oblici utiču na atmosferska kretanja na dva osnovna načina. Prvo, direktno, pomoću mehaničkog skretanja strujnog toka oko i preko planina i usporavanja vazdušnog strujanja u blizini Zemljine površine zbog pojačanog trenja. Drugo, indirektno, pomoću pojačanog zagrevanja, hlađenja i oslobađanja latentne toplote. Pored velikih planinskih kompleksa Alpa i Karpata, na vreme i klimu naše zemlje utiču i drugi planinski sistemi: Apenini, Pirineji i Atlas u severnoj Africi, kao i Skandinavske planine na severu Evrope.

Jedan od najvažnijih klimatskih elemenata je temperatura vazduha, jer toplotno stanje i temperaturni režim nekog mesta određuje klimatski tip. Temperatura se menja sa geografskom širinom zbog promena bilansa zračenja, sa geografskom dužinom zbog promene uticaja maritimnosti i kontinentalnosti i sa visinom zbog adijabatskog hlađenja.

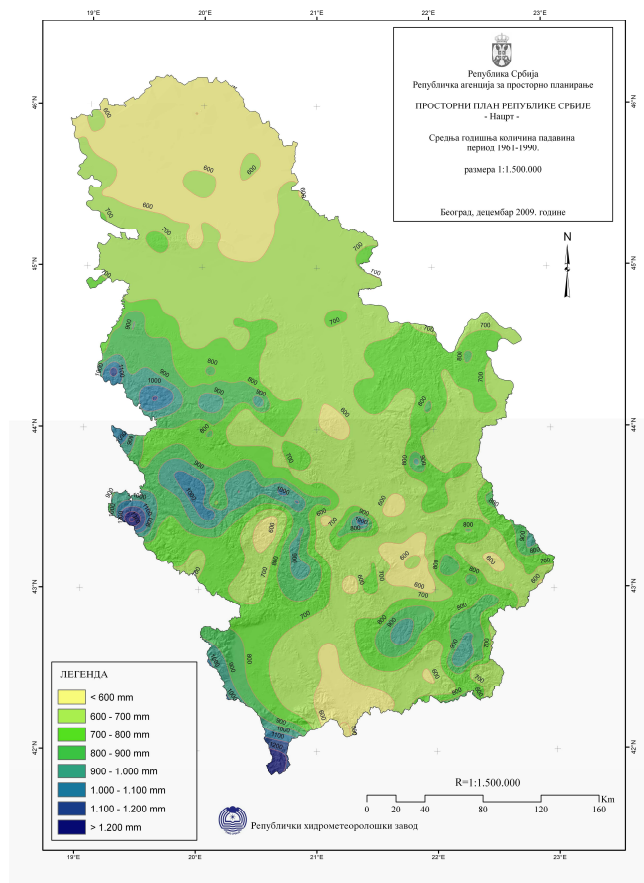
Prikaz klime Srbije u Uvodu je dat na osnovu podataka Republičkog hidrometeorološkog zavoda (RHMZ) Srbije za period 1961–1990. god. Najveći deo Srbije ima umereno-kontinentalnu klimu, planinske oblasti sa nadmorskom visinom preko 1000 m imaju kontinentalnu klimu, dok se jugozapadni deo Srbije nalazi na granici sredozemne subtropske i kontinentalne klime. Prema Keppenovoj klasifikaciji klime u Srbiji preovlađuje umereno topla kišna klima tipa C sa toplim letima podtipa Cfb, dok planinske oblasti imaju snežno-šumsku klimu tipa D, podtipa Df.

Srednje godišnje temperature vazduha za period 1961–1990. god. se nalaze u granicama između 10 i 11⁰C u ravničarskim oblastima (sl. 1.1). Srednje godišnje temperature ispod 10⁰C se javljaju samo u oblastima sa nadmorskom visinom preko 600 m. U oblastima sa preko 1000 m nadmorske visine srednje godišnje temperature su oko 6⁰C. Najtopliji mesec je jul, a najhladniji januar. Najviša temperatura od 44,9 ⁰C je izmerena 24.07.2007. godine u Smederevskoj Palanci, a najniža temperatura od -39,5 ⁰C je izmerena 13.01.1985. godine u Karajukića Bunarima na Peštorskoj visoravni.



Slika 1.1. Srednje godišnje temperature u Srbiji u periodu 1961-1990. god.

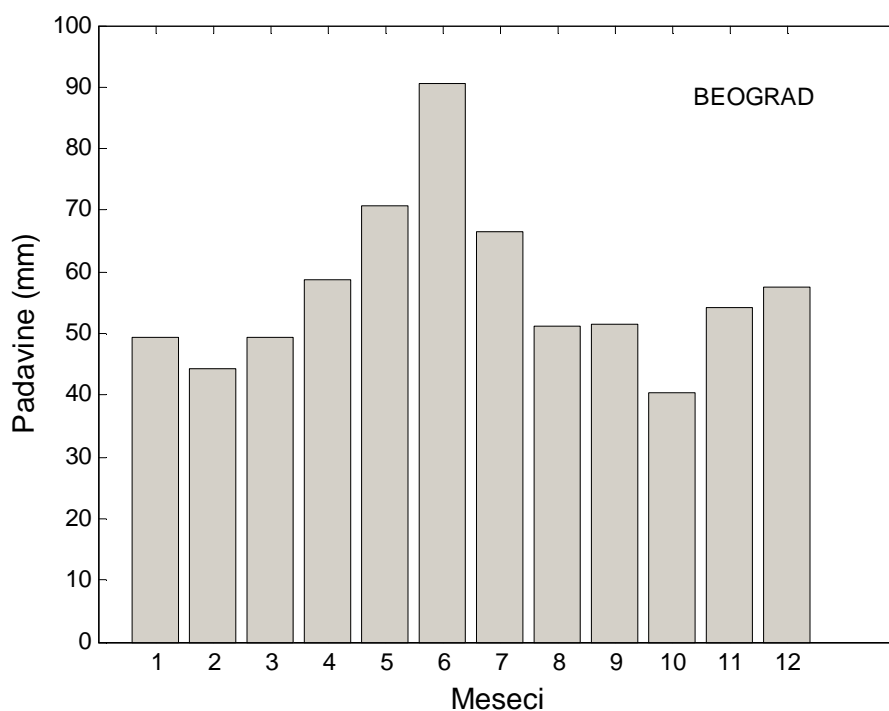
Raspodeli godišnjih količina padavina najviše doprinosi složenost reljefa zemljišta. Godišnje sume padavina rastu sa nadmorskom visinom. Najmanje količine padavina, ispod 600 mm, nalaze se u severoistočnom delu Vojvodine, u dolini donjeg toka Velike Morave i dolini Južne Morave (sl. 1.2). Planinska oblast prima između 800 i 1000 mm godišnje, a pojedini planinski vrhovi u jugozapadnoj Srbiji imaju količinu padavina iznad 1000 mm. Na Crnom Vrh padne oko 3000 mm godišnje. Od kada se vrše merenja, najsušnija je bila 2000. godina, kada je izmerena godišnja suma padavina od 223,1 mm u Kikindi. Najkišovitija je bila 1937. godina, kada je izmereno 1324,5 mm u Loznici. Najveća mesečna količina padavina registrovana je u junu 1954. godine u Sremskoj Mitrovici, 308,9 mm. Najveća dnevna količina padavina od 211,1 mm je registrovana 10. oktobra 1955. godine u Negotinu.



Slika 1.2. Srednje godišnje padavine u Srbiji u periodu 1961-1990. god.

(<http://unfccc.int/resource/docs/natc/srbnc1.pdf>)

Iznad većeg dela Panonske nizije i centralne Srbije najkišovitije je pozno proleće, najčešće mesec maj/jun, najsuvlji je oktobar a sporedan minimum padavina je u februaru (sl. 1.3). U krajnjim jugozapadnim delovima Srbije, zbog sredozemne klime, maksimum padavina je krajem jeseni, a minimum je u letnjim mesecima.



Slika 1.3. Padavinski režim u Beogradu u periodu 1961-1990. god.

Za razvitak vegetacije potrebno je da se zna da li su se mesešne i godišnje sume padavina izlučile u manjem ili većem broju dana. Stoga je uobičajeno da se računa broj dana sa određenim količinama padavina, najčešće sa $\geq 0,1$ mm, $\geq 1,0$ mm i $\geq 10,0$ mm. Broj dana sa količinom padavina većom od 0,1 mm kreće se između 120 i 150 dana godišnje. Broj dana sa količinom padavina većom od 10 mm je oko 20 dana, dok je u Vojvodini oko 15 dana u toku godine.

Sume trajanja sijanja Sunca se kreću od 1500 do 2100 h godišnje.

U toplijem delu godine prevlađuju vetrovi sa severozapada i zapada. Tokom hladnijeg dela godine dominira istočni i jugoistočni vetar-košava. U planinskim oblastima na jugozapadu Srbije prevlađuju vetrovi sa jugozapada.

2 Korišćeni metodi

U ovom poglavlju su opisani metodi korišćeni u analizi temperatura i padavina. Prvo su predstavljene empirijske ortogonalne funkcije (EOF), zatim autoregresioni modeli pokretnih sredina (ARMA) i na kraju generalizovana raspodela za ekstremne vrednosti (GEV) i generalizovana Pareto raspodela (GPD). Metodi spektralne analize, Blekman-Takijev metod i metod sa više prozora, kao i vejevlet transformacija su predstavljene u radovima istraživača Tošić i Unkašević (2005) i Unkašević i Tošić (2006; 2007).

2.1 Empirijske ortogonalne funkcije

Metod empirijskih ortogonalnih funkcija, poznat i kao *Principal Component Analysis* (PCA), je pogodan za istraživanje prostornih karakteristika reprezentativnih meteoroloških polja. Metod EOFa se u meteorologiji koristi od rada Lorenz-a (1956). Jedna od glavnih svrha metoda EOF je smanjenje broja promenljivih koje treba proučavati, a da se pri tome zadrže informacije sadržane u početnom setu promenljivih. Postoje dva pristupa za izračunavanje EOFa. Kod prvog se pravi kovarijansna matrica podataka koja se zatim dekomponuje na sopstvene vrednosti (SVR) i sopstvene vektore (SV). Drugi pristup koristi razlaganje na singularne vrednosti (SVD, engl. *Singular Value Decomposition*) matrice podataka za dobijanje SVR, SV i amplituda koje se menjaju sa vremenom (PC), bez izračunavanja kovarijansne matrice. EOFi dobijeni iz oba metoda moraju biti isti. Glavna razlika je u tome što se veća stabilnost i računaska brzina postiže pomoću SVD, dok se prvi metod tradicionalno koristi. Kutzbach (1967) je koristio EOF za proučavanje kovarijanse pritiska na nivou mora, temperature i padavina iznad Severne Amerike. Sellers (1968) je izučavao prostorne veze mesečnih padavina iznad zapadnog dela SAD. Maheras (1985) je pomoću PCA diskutovao uticaj atmosferske cirkulacije i geografskih faktora na mediteranski tip padavina. Pandžić (1988) je koristeći PCA opisao neke karakteristike mesečnih suma padavina u Hrvatskoj. Tomozeiu i sar. (2000, 2002) su koristeći EOF istražili glavne karakteristike prostorne i vremenske promenljivosti letnjih i zimskih padavina iznad oblasti Emilija-Romanja u Italiji. Reljin i sar. (2001) su pomoću EOF ispitivali promene temperature i padavina iznad Jugoslavije.

2.1.1 Priprema podataka

Razmotrimo slučaj kada u lokacijama (položajima) $m = 1, \dots, M$ imamo merenja veličine ψ u trenucima vremena $t = 1, \dots, N$. Dakle, imamo M vremenskih serija $\psi_m(t)$, svaka dužine N . Pretpostavljamo da je $N > M$, što znači da je broj vremenskih koraka veći od broja vremenskih serija. Slučaj $N < M$ je takođe moguć.

Ako raspoložemo sa mesečnim vrednostima, potrebno je ukloniti sezonske promene pre EOF analize, kao i sve poznate signale različitih vremenskih razmera. Dakle, radimo sa anomalijama (odstupanjima). Moguće je koristiti i same vrednosti što zavisi od vrste ispitivanja.

Prvo uklonimo srednju vrednost μ_m iz svake VS koristeći:

$$\mu_m = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi_m(t). \quad (2.1)$$

Zatim normalizujemo VS deljenjem sa standardnim odstupanjem :

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N \psi_m^2(t)}. \quad (2.2)$$

Na taj način sve lokacije imaju šansu da jednako doprinesu analizi, obezbeđujući da neće jedno polje dominirati nad ostalim. Iz VS treba ukloniti linearan trend, ako postoji. Rezultujuća serija je standardizovana serija:

$$F_m(t) = \frac{\psi_m(t) - \mu_m}{\sigma_m}. \quad (2.3)$$

Sada raspoložemo sa ulaznim podacima za EOF analizu. Konstruišemo matricu \mathbf{F} čije su dimenzije M (redova) x N (kolona) sa m lokacija i t vremenskih koraka:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_1(1) & F_1(2) & \cdots & F_1(N) \\ F_2(1) & F_2(2) & \cdots & F_2(N) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ F_M(1) & F_M(2) & \cdots & F_M(N) \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

2.1.2 Metod kovarijansne matrice

Matrica \mathbf{F} se koristi za izvođenje prostorne kovarijanske matrice \mathbf{R}_{FF} polja $F_m(t)$ množeći matricu \mathbf{F} sa njenom transponovanom matricom \mathbf{F}' :

$$\mathbf{R}_{\text{FF}} = \mathbf{F}' * \mathbf{F}. \quad (2.5)$$

Razvijajući proizvod matrica dobijamo:

$$\mathbf{R}_{\text{FF}} = \begin{bmatrix} \langle F_1 F_1 \rangle & \langle F_1 F_2 \rangle & \cdots & \langle F_1 F_M \rangle \\ \langle F_2 F_1 \rangle & \langle F_2 F_2 \rangle & \cdots & \langle F_2 F_M \rangle \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \langle F_M F_1 \rangle & \langle F_M F_2 \rangle & \cdots & \langle F_M F_M \rangle \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

gde je $\langle F_i F_j \rangle$ kovarijansa između vremenskih serija F_i i F_j (F u lokacijama i i j) definisana sa:

$$\langle F_i F_j \rangle = \langle F_j F_i \rangle = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N F_i(t) F_j(t) \quad i, j = 1, \dots, M. \quad (2.7)$$

Matrica \mathbf{R}_{FF} je simetrična i kvadratna, čak i kada \mathbf{F} nije kvadratna. Dimenzije \mathbf{R}_{FF} su $M \times M$. Ako su podaci u \mathbf{F} normalizovani sa standardnim odstupanjem, kako je prethodno predloženo, matrica \mathbf{R}_{FF} je korelaciona matrica.

Neki autori definišu matricu \mathbf{F} kao transponovanu, tj. sa M kolona i N vrsta. U tom slučaju, prostorna kovarijanska matrica se određuje kao:

$$\mathbf{R}_{\text{FF}} = \mathbf{F}' * \mathbf{F}.$$

Kada je kovarijanska matrica izračunata, treba da odredimo sopstvene vrednosti (SVR):

$$\mathbf{R}_{\text{FF}} * \mathbf{E} = \mathbf{E} * \mathbf{\Lambda}, \quad (2.8)$$

tj. dekomponujemo matricu \mathbf{R}_{FF} u matrice $\mathbf{\Lambda}$ i \mathbf{E} . Ovde je $\mathbf{\Lambda}$ dijagonalna matrica dimenzija $M \times M$ koja na dijagonali sadrži SVR od \mathbf{R}_{FF} :

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_M \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

SVR u Λ se obično sortiraju u opadajući niz, tako da $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_M$. Kako je matrica podataka \mathbf{F} realna, kovarijansna matrica \mathbf{R}_{FF} je pozitivno definitna, što znači da su sve SVR veće ili jednake nuli. Obično je samo prvih K SVR λ_k , $k = 1, \dots, K$ različito od nule, gde je $K \leq \min(N, M)$. Otuda su dimenzije Λ $K \times K$. Ovo implicira da samo K EOF modova može biti određeno. U nastavku teksta indeks k će predstavljati mod.

Kvadratna matrica \mathbf{E} ima dimenzije $M \times M$. Kolone vektori E^k su SV od \mathbf{R}_{FF} koji odgovaraju SVR λ_k :

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_1^1 & E_1^2 & \dots & E_1^M \\ E_2^1 & E_2^2 & \dots & E_2^M \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ E_M^1 & E_M^2 & \dots & E_M^M \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

gde su:

$$E^1 = \begin{bmatrix} E_1^1 \\ \vdots \\ E_M^1 \end{bmatrix}, E^2 = \begin{bmatrix} E_1^2 \\ \vdots \\ E_M^2 \end{bmatrix}, \dots, E^M = \begin{bmatrix} E_1^M \\ \vdots \\ E_M^M \end{bmatrix}.$$

Svaka SVR različita od nule λ_k matrice Λ je povezana sa SV kolonom E^k u matrici \mathbf{E} . Dakle, samo K SV se koristi u dekompoziciji, oni koji odgovaraju K SVR različitih od nule. Tako su efektivne dimenzije matrice \mathbf{E} $M \times K$, gde su M prostorne lokacije, a K modovi EOF dekompozicije.

Matrica SV \mathbf{E} ima osobinu da je $\mathbf{E}^* \mathbf{E}' = \mathbf{E}'^* \mathbf{E} = \mathbf{I}$, gde je \mathbf{I} jedinična matrica. To znači da SV nisu prostorno korelisani, tj. oni su ortogonalni jedni u odnosu na druge. Svaki SV E^k predstavlja prostorni EOF obrazac moda k (ima dimenziju M , tj. broj lokacija). Prostorne EOF obrasce ćemo označiti kao *Empirijske Ortogonalne Funkcije* ili jednostavno EOF. U engleskoj literaturi se još nazivaju *Principal Vectors*.

Vremenski razvoj k -tog EOFa (tj. kako se E^k razvija sa vremenom) je dat sa VS $A^k(t)$ koja se dobija projekcijom početnog niza podataka $F_m(t)$ na SV E^k i sumiranjem preko svih lokacija m :

$$A^k(t) = \sum_{m=1}^M E_m^k F_m(t), \quad (2.11)$$

gde $m = 1, \dots, M$ broji lokacije, $t = 1, \dots, N$ broji vremenske korake i $k = 1, \dots, K$ broji EOF modove. U matricnoj notaciji, matrica \mathbf{A} se dobija množenjem matrica \mathbf{E} i \mathbf{F} :

$$\mathbf{A} = \mathbf{E} * \mathbf{F}, \quad (2.12)$$

gde su dimenzije \mathbf{E} $K \times M$, \mathbf{F} $M \times N$, a \mathbf{A} $K \times N$. Za smanjenje količine podataka pri izračunavanjima smo koristili efektivnu matricu \mathbf{E} . Redovi (vrste) matrice \mathbf{A} su VS dužine N , tj. broj vremenskih koraka u početnim VS. Označićemo ih kao *Principal Components* ili PC. U engleskoj literaturi se još nazivaju *Expansion Coefficients*, *Time Coefficients*, *Eigenvector VS* ili *Scores*. Kao što su E^k ortogonalni u prostoru, PC A^k su ortogonalni u vremenu.

Svaka SVR λ_k je proporcionalna procentu varijanse polja F koja je izračunata za mod k . Ovaj procenat se računa kao:

$$\% k = \frac{\lambda_k}{\sum_{i=1}^K \lambda_i} * 100. \quad (2.13)$$

Početno polje F se može potpuno rekonstruisati množeći svaki EOF E^k sa njenom odgovarajućom PC A^k i sumirajući proizvode preko svih K modova:

$$F_m(t) = \sum_{k=1}^K E_m^k A^k(t) \quad (2.14)$$

ili u matricnoj notaciji:

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} * \mathbf{A}, \quad (2.15)$$

gde su dimenzije \mathbf{E} $M \times K$, \mathbf{A} $K \times N$ i otuda \mathbf{F} $M \times N$. Cilj EOF dekompozicije je rekonstrukcija približne, kompresovane matrice \hat{F} sa manje šuma. Ovo je urađeno odsecanjem u (2.14), tj. rekonstrukcijom \hat{F} koristeći samo prvih H modova, gde je $H < K$. Na prvih H modova otpada najveći deo varijanse polja:

$$\hat{F}_m(t) = \sum_{k=1}^H E_m^k A^k(t). \quad (2.16)$$

Ovo dovodi do značajne redukcije količine podataka zadržavajući najveći deo varijanse polja F .

2.1.3 Metod razlaganja na singularne vrednosti (SVD)

Prednost ovog metoda je da se u jednom koraku izračunavaju sve komponente problema SVR, bez izračunavanja i skladištenja (pamćenja) velikih kovarijansnih matrica. Rezultujuća dekompozicija je računski stabilnija i robusnija.

SVD se primenjuje direktno na pravougaonu matricu podataka \mathbf{F} , koja se sastoji od M redova i N kolona. SVD se bazira na konceptu da se ma koja pravougaona $M \times N$ matrica \mathbf{F} može napisati kao proizvod tri matrice

$$\mathbf{F} = \mathbf{U} * \mathbf{\Gamma} * \mathbf{V}', \quad (2.17)$$

gde su dimenzije matrice \mathbf{U} $M \times M$, dijagonalne matrice $\mathbf{\Gamma}$ $M \times N$ i transponovane matrice \mathbf{V}' $N \times N$. Elementi matrice $\mathbf{\Gamma}$ su jednaki nuli izvan dijagonale, a pozitivni ili jednaki nuli na dijagonali. Skalari na dijagonali, γ_k , su singularne vrednosti i obično su poređani u opadajući niz. Singularne vrednosti γ_k su proporcionalne SVR λ_k , tako da je $\lambda_k = \gamma_k^2$. Postoji $K \leq \min(N, M)$ singularnih vrednosti različitih od nule koje definišu maksimalan broj EOF modova koji mogu da se odrede, pa su efektivne dimenzije matrice $\mathbf{\Gamma}$ $K \times K$. Kolone kvadratne matrice \mathbf{U} su ortogonalne i nazivaju se levi singularni vektori (engl. *left singular vectors*) od \mathbf{F} . Identični su SV E^k (videti (2.10), dobijenu iz (2.8)), tj. to su EOFi povezani sa svakom singularnom vrednošću. Ponovo, postoji samo K korisnih levih singularnih vektora povezanih sa K singularnih vrednosti različitih od nule, pa su efektivne dimenzije matrice \mathbf{U} $M \times K$.

Redovi (vrste) kvadratne matrice \mathbf{V}' su ortogonalni i nazivaju se desni singularni vektori od \mathbf{F} . Proporcionalni su PC A^k dobijenim iz (2.11)-(2.12), a konstante proporcionalnosti su singularne vrednosti γ_k tako da :

$$\mathbf{A} = \mathbf{\Gamma} * \mathbf{V}', \quad (2.18)$$

$$A^k(t) = \gamma_k V^k(t), \quad (2.19)$$

gde su sada dimenzije \mathbf{A} $K \times N$. Matrica \mathbf{A} sadrži PC od matrice podataka \mathbf{F} . Koristeći (2.17) možemo rekonstruisati polje F sabirajući K modova dekompozicije kao:

$$F_m(t) = \sum_{k=1}^K U_m^k \gamma_k V^k(t). \quad (2.20)$$

Poredeći ovaj metod sa metodom kovarijansne matrice vidimo da je $U = E$ i $A = \gamma V'$.

Jedinice polja F su iste kao i jedinice PC dok su EOFi bez dimenzija. Obično se PC i EOFi normalizuju u obliku:

$$A^{k*}(t) = \frac{A^k(t)}{\sqrt{\lambda_k}} \quad (2.21)$$

i

$$E_m^{k*} = E_m^k \sqrt{\lambda_k}, \quad (2.22)$$

gde je λ_k k -ta SVR dekompozicije. E_m^{k*} ima jedinice F , a PC $A^{k*}(t)$ ima varijansu 2.

2.2 ARMA modeli

Parametarske metode zasnovane su na modelovanju niza podataka, X_t , tako da on predstavlja izlaz iz diskretnog linearnog sistema kome odgovara diferencna jednačina (Popović, 2003)

$$X_t + \sum_{j=1}^p b_j X_{t-j} = \sum_{v=0}^q a_v \xi_{t-v} \quad (2.23)$$

koji je opisan racionalnom funkcijom prenosa oblika:

$$H(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{\sum_{k=0}^q a_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^p b_k z^{-k}}. \quad (2.24)$$

Postupak ocene spektra modelovanjem signala sastoji se iz dva koraka. U prvom koraku se na osnovu posmatranog niza vrši ocena parametara a_k i b_k , a zatim se izračunava ocena spektralne gustine. Ukoliko se u procesu modelovanja koristi funkcija prenosa $H(z)$ koja ima nule i polove, takav proces se naziva ARMA proces (engl. *AutoRegressive Moving Average*) reda (p, q) , što se označava sa $ARMA(p, q)$. Ako se proces modeluje funkcijom kod koje je $q = 0$ i $p > 0$, tj. ako funkcija $H(z)$ ima samo polove (njih p ukupno), radi se o AR procesu (engl. *AutoRegressive*) reda p , $AR(p)$. Na kraju, ako se kod modelovanja koristi funkcija kod koje je $p = 0$ i $q > 0$, tj. ako funkcija $H(z)$

ima samo nule (njih q ukupno), radi se o MA procesu (engl. *Moving Average*) reda q , $MA(q)$.

U slučaju $ARMA(p, q)$ modela za seriju $\{X_t, t \in D\}$ smatraćemo da je $b_0 = 1$, $b_p \neq 0$, $a_0 = 1$, $a_q \neq 0$. U sažetom obliku možemo da pišemo:

$$\Phi(B)X_t = \Theta(B)\xi_t \quad (2.25)$$

gde je

$$\Phi(B) = 1 + b_1B + \dots + b_pB^p, \quad b_1, b_2, \dots, b_p \in R, \quad (2.26)$$

$$\Theta(B) = 1 + a_1B + \dots + a_qB^q, \quad a_1, a_2, \dots, a_q \in R, \quad (2.27)$$

a B je operator translacije unazad određen sa $BX_t = X_{t-1}$, $B^0X_t = X_t$, $B^kX_t = X_{t-k}$. Serija $\{\xi_t, t \in D\}$ predstavlja beli šum–niz slučajnih promenljivih sa nultim srednjim vrednostima ($E\xi_t = 0$), konstantnom disperzijom ($D\xi_t = \sigma^2$), međusobno nekorelisanih ($\text{cov}(\xi_t, \xi_s) = E\xi_t\xi_s = 0$ za $t \neq s$). To ćemo označavati sa: $\xi_t \perp (0; \sigma^2)$.

Kod ovih vrsta modela uobičajena je pretpostavka da se radi o modelima stacionarnih serija – serija koje imaju konstantne srednje vrednosti, konačne momente drugog reda i gde je korelaciona struktura homogena tokom vremena. Pokazuje se da je model *stacionaran* ako i samo ako svi koreni karakteristične jednačine $\Phi(z) = 0$ leže van jediničnog kruga $|z| = 1$.

Pored stacionarnosti, bitna pretpostavka je i obratnost (inverzibilnost). Naime, serija je obratna ukoliko može biti predstavljena u vidu $\xi_t = \sum_{j=0}^{\infty} c_j X_{t-j}$. Uslovi

za obratnost izražavaju se samo u terminima MA koeficijenata. Odnosno, serija je *obratna* ako i samo ako svi koreni karakteristične jednačine $\Theta(z) = 0$ leže van jediničnog kruga $|z| = 1$. Restrikcija po kojoj se posmatraju samo obratne ARMA serije obezbeđuje da se u izražavanju tekuće vrednosti serije ili njene prognoze javljaju samo prošle vrednosti serije, ali ne i buduće vrednosti (što bi bilo i fizički neopravdano i računski komplikovano).

ARMA procesi ne moraju se obavezno smatrati gausovskim. Ipak, mnogo povoljnije je koristiti takve procese zato što linearne transformacije nad takvim procesima čuvaju gausovsko svojstvo. Zato su takvi procesi i dobro izučeni i često primenjivani. Sem toga, neki kriterijumi za izbor modela vezani su za

gausovske procese, a za druge vrste mogu se samo izuzetno koristiti (Mališić, 2002).

Parametri modela se najčešće određuju pomoću autokorelacione funkcije posmatranog signala. Zbog toga je interesantno ispitati veze između korelacione funkcije i parametara modela. Ako u (2.23) izvršimo množenje sa $X_{t-\tau}$ pri $\tau > 0$ i posle uzimanja matematičkog očekivanja dobijamo:

$$\begin{aligned} K(\tau) + b_1 K(\tau-1) + \dots + b_p K(\tau-p) &= \\ = E(\xi_t X_{t-\tau}) + a_1 E(\xi_{t-1} X_{t-\tau}) + \dots + a_q E(\xi_{t-q} X_{t-\tau}). \end{aligned} \quad (2.28)$$

U dobijenom izrazu veličine $E(\xi_{t-v} X_{t-\tau})$ predstavljaju uzajamne korelacione funkcije serija ξ i X . Kako veličina $X_{t-\tau}$ zavisi samo od impulsa koji su se pojavili do momenta $t-\tau$ ili u tom momentu, sledi da je

$$E(\xi_{t-v} X_{t-\tau}) = 0, \quad v < \tau.$$

Zato (2.28) postaje

$$\begin{aligned} K(\tau) + b_1 K(\tau-1) + \dots + b_p K(\tau-p) &= \\ = \begin{cases} a_\tau K_{X,\xi}(0) + a_{\tau+1} K_{X,\xi}(1) + \dots + a_q K_{X,\xi}(q-\tau), & 1 \leq \tau \leq q \\ 0, & \tau > q+1 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Dobijeni rezultat znači da postoji q vrednosti korelacione funkcije koje zavise od q parametara (koeficijenata) u impulsnom delu serije i od p parametara u autoregresijskom delu serije ARMA(p, q). Kada u (2.28) smatramo da je $\tau \geq q+1$ i izvršimo deobu sa $K(0)$ imaćemo

$$\rho(\tau) + b_1 \rho(\tau-1) + \dots + b_p \rho(\tau-p) = 0, \quad \tau \geq q+1.$$

Da bismo znali vrednosti $\rho(j)$ za svako j , treba znati $\rho(q)$, $\rho(q-1)$, ..., $\rho(q-p+1)$. Ako je $q-p+1 \leq 0$, onda svi koeficijenti korelacije $\rho(0)$, $\rho(1)$, ... se sastoje od prigušenih eksponencijalnih članova i/ili prigušenih sinusoida.

Kod mešovutih procesa ARMA(p, q) pokazuje se:

- da je niz koeficijenata korelacije beskonačan i posle prvih $(q-p)$ koraka ima prigušene eksponencijalne i/ili prigušene sinusne komponente;
- da je niz parcijalnih korelacionih funkcija beskonačan i posle prvih $(p-q)$ koraka u njemu preovladavaju prigušene eksponencijalne i/ili sinusne komponente.

Spektralna gustina ARMA procesa (Kay i Marple, 1981) je:

$$g(\omega) = \sigma^2 |H(e^{i\omega})|^2 = \sigma^2 \frac{|A(e^{i\omega})|^2}{|B(e^{i\omega})|^2}. \quad (2.30)$$

Neka je kao model predložen ARMA(1,1) model određen sa:

$$X_t + b_1 X_{t-1} = \xi_t + a_1 \xi_{t-1}, \quad \xi_t \perp (0; \sigma^2). \quad (2.31)$$

Kada je $|b_1| < 1$, X_t je linearna serija

$$X_t = \xi_t + (a_1 - b_1) \sum_{j=1}^{\infty} (-b_1)^{j-1} \xi_{t-j}, \quad (2.32)$$

u kojoj je $EX_t = 0$, $t \in D$. Ukoliko je $|a_1| < 1$, serija X_t je obrtna serija

$$\xi_t = X_t + (b_1 - a_1) \sum_{j=0}^{\infty} (-a_1)^{j-1} X_{t-j}. \quad (2.33)$$

Množenjem (2.31) sa $X_{t-\tau}$, $\tau > 0$ i primenom operatora E , dobija se

$$K(\tau) = -b_1 K(\tau - 1). \quad (2.34)$$

Za ovaj model koeficijenti korelacije su:

$$\rho_1 = \frac{(1 - a_1 b_1)(a_1 - b_1)}{1 - 2a_1 b_1 + a_1^2}, \quad \rho_k = (-b_1) \rho_{k-1}. \quad (2.35)$$

Zamena koeficijenata korelacije ρ_1 i ρ_2 njihovim uzoračkim ocenama r_1 i r_2 daje mogućnost dobijanja koeficijenata a_1 i b_1 iz predloženog modela.

2.2.1 MA modeli i spektri

U opštem MA(q) modelu

$$X_t = \xi_t + a_1 \xi_{t-1} + \dots + a_q \xi_{t-q}, \quad t \in D \quad (2.36)$$

prvih q koeficijenata korelacije su različiti od nule, a svi ostali su jednaki nuli. Dakle,

$$\rho_1 \neq 0, \rho_2 \neq 0, \dots, \rho_q \neq 0, \quad \rho_l = 0 \text{ za } l > q. \quad (2.37)$$

Koeficijenti korelacije $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_q$ se ocenjuju njihovim uzoračkim vrednostima r_1, r_2, \dots, r_q . Koeficijenti parcijalne korelacije Φ_{kk} su svi različiti

od nule, ali pokazuju tendenciju eksponencijalnog opadanja (po apsolutnoj vrednosti). Za MA(q) seriju nalazimo

$$EX_t = 0, \quad DX_t = \sigma^2 \sum_{j=0}^q a_j^2, \quad (2.38)$$

$$K_X(t, s) \equiv K(\tau) = \begin{cases} \sigma^2 \sum_{j=0}^{q-|\tau|} a_j a_{j+|\tau|}, & 0 \leq |\tau| \leq q, \\ 0, & |\tau| > q. \end{cases} \quad (2.39)$$

Iz relacija (2.38)-(2.39) se vidi da je MA(q) jedna stacionarna serija i da koeficijent korelacije sa korakom τ ima vrednost

$$\rho_\tau = \frac{a_0 a_\tau + a_1 a_{\tau+1} + \dots + a_{q-\tau} a_q}{a_0^2 + a_1^2 + \dots + a_q^2}, \quad \tau = \overline{1, q}. \quad (2.40)$$

Spektralna gustina MA(q) serije je

$$g(\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} K(j) e^{-i\omega j} = \sigma^2 \left| 1 + a_1 e^{-i\omega} + a_2 e^{-2i\omega} + \dots + a_q e^{-qi\omega} \right|^2. \quad (2.41)$$

Kada je u pitanju MA(1) model

$$X_t = \xi_t + a \xi_{t-1}, \quad \xi_t \perp (0; \sigma^2), \quad (2.42)$$

ocenjuju se dva parametra: a i σ^2 . Za MA(1) model važi:

$$EX_t = 0, \quad DX_t = (1 + a^2) \sigma^2, \quad (2.43)$$

$$K(\tau) = \begin{cases} (1 + a^2) \sigma^2, & \tau = 0, \\ a \sigma^2, & |\tau| = 1, \\ 0, & |\tau| > 2. \end{cases} \quad (2.44)$$

Serijska MA(1) je obrtna, ako je $|a| < 1$. Tada imamo:

$$\xi_t = \sum_{j=0}^{\infty} (-a)^j X_{t-j}. \quad (2.45)$$

Parametar a se obično ocenjuje iz njegove veze sa koeficijentom korelacije sa korakom 1:

$$\rho_1 = \frac{a}{1 + a^2}. \quad (2.46)$$

Ocena parametra \hat{a} se dobija rešavanjem jednačine po \hat{a} , pri čemu od dva korena jednačine

$$r_1 \hat{a}^2 - \hat{a} + r_1 = 0 \quad (2.47)$$

se bira onaj iz intervala $(-1,1)$ (da bi proces bio obratni). Ocena parametra σ^2 može se dobiti iz veze

$$K_X(0) = (1 + a^2)\sigma_\xi^2 \quad (2.48)$$

u kojoj treba a zameniti prethodno dobijenom ocenom, a $K_X(0)$ nekom od ocena disperzije.

Spektralna gustina MA(1) serije X_t iz (2.42) je

$$\begin{aligned} g_X(\omega) &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} K_X(j) e^{-i\omega j} = \sum_{j=-1}^1 K_X(j) e^{-i\omega j} = \\ &= \sigma^2 (1 + a^2 + 2a \cos \omega) = \sigma^2 |a + e^{i\omega}|^2. \end{aligned} \quad (2.49)$$

MA(2) serije su serije definisane sa

$$X_t = \xi_t + a_1 \xi_{t-1} + a_2 \xi_{t-2}, \quad \xi_t \perp (0; \sigma^2), \quad (2.50)$$

gde su a_1 i a_2 realni koeficijenti. Za MA(2) nalazimo:

$$EX_t = 0, \quad DX_t = (1 + a_1^2 + a_2^2)\sigma^2, \quad (2.51)$$

$$K(\tau) = \begin{cases} (1 + a_1^2 + a_2^2)\sigma^2, & \tau = 0, \\ a_1(1 + a_2)\sigma^2, & |\tau| = 1, \\ a_2\sigma^2, & |\tau| = 2, \\ 0 & |\tau| \geq 3. \end{cases} \quad (2.52)$$

Serijska je obrtna samo ako su oba korena karakteristične jednačine

$$1 + a_1 B + a_2 B^2 = 0 \quad (2.53)$$

van jediničnog kruga.

Vrednosti koeficijenata su određene uslovom:

$$r_1 = \frac{a_1(1 + a_2)}{1 + a_1^2 + a_2^2}, \quad r_2 = \frac{a_2}{1 + a_1^2 + a_2^2}. \quad (2.54)$$

To znači da se ocene koeficijenata a_1 i a_2 dobijaju rešavanjem jedne jednačine četvrtog stepena. Ocena parametra σ^2 može se dobiti iz veze

$$K_X(0) = (1 + a_1^2 + a_2^2) \sigma_\xi^2, \quad (2.55)$$

ako su koeficijenti a_1 i a_2 , kao i disperzija $K_X(0)$ prethodno ocenjeni.

Spektralna gustina MA(2) serije je

$$\begin{aligned} g_X(\omega) &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} K_X(j) e^{-i\omega j} = \sum_{j=-2}^2 K_X(j) e^{-i\omega j} = \\ &= \sigma^2 \left[(1 + a_1^2 + a_2^2) + a_1(1 + a_2)(e^{i\omega} + e^{-i\omega}) + a_2(e^{2i\omega} + e^{-2i\omega}) \right] = \\ &= \sigma^2 \left| 1 + a_1 e^{-i\omega} + a_2 e^{-2i\omega} \right|^2. \end{aligned} \quad (2.56)$$

2.2.2 AR modeli i spektri

Neka je X_t jedna stacionarna AR(p), $p \geq 1$ serija određena sa

$$X_t + b_1 X_{t-1} + \dots + b_p X_{t-p} = \xi_t, \quad \xi_t \perp (0; \sigma^2). \quad (2.57)$$

Niz koeficijenata korelacije ove serije se ponaša kao niz parcijalnih korelacionih funkcija MA(q) serija. Dakle, u tom nizu preovladava tendencija opadanja (po modulu) eksponencijalnom brzinom. S druge strane, niz parcijalnih korelacionih funkcija AR(p) serija ponaša se kao niz koeficijenata korelacija MA(q) serija. To znači da u AR(p) seriji je

$$\Phi_{11} \neq 0, \Phi_{22} \neq 0, \dots, \Phi_{pp} \neq 0, \quad \Phi_{kk} = 0 \text{ za } k > p. \quad (2.58)$$

Kao početne vrednosti koeficijenata b_1, b_2, \dots, b_p uzimaju se one vrednosti koje slede iz Džul-Vokerovih jednačina u kojima umesto koeficijenata korelacije $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_p$ se uzimaju njihove uzoračke ocene r_1, r_2, \dots, r_p .

Poznato je da u stacionarnoj AR(p) seriji važe Džul-Vokerove jednačine:

$$C \cdot \Phi = R \quad (2.59)$$

gde je

$$C = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 & \cdots & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{p-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{p-3} \\ \rho_3 & \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{p-4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & \rho_{p-4} & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \vdots \\ \Phi_p \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \\ \vdots \\ \rho_p \end{bmatrix}. \quad (2.60)$$

Dakle, C je matrica koeficijenata korelacije $\rho_k = \rho(X_t, X_{t+k})$, Φ je matrica-kolona AR koeficijenata, a R je matrica-kolona koeficijenata korelacije. Matrica koeficijenata C , pored toga što je simetrična, ima još dodatnu osobinu da su joj svi elementi na bilo kojoj dijagonali isti. Takve matrice nazivaju se Teplicove (Toeplitz) matrice. Rešavanje sistema linearnih Teplicovih jednačina se najlakše može obaviti pomoću Levinson-Durbinovog algoritma, kod koga je broj operacija srazmeran sa N^2 , gde je N red sistema, umesto sa N^3 kao kod uobičajenog metoda Gausove eliminacije.

Spektralna gustina AR(p) modela je

$$g(\omega) = \frac{\sigma^2}{|1 + b_1 e^{-i\omega} + b_2 e^{-2i\omega} + \dots + b_p e^{-i\omega p}|^2}. \quad (2.61)$$

Pretpostavimo da je predložen stacionaran model AR(1). To je model određen sa

$$X_t = bX_{t-1} + \xi_t, \quad |b| < 1, \quad \xi_t \perp (0; \sigma^2), \quad t \in D. \quad (2.62)$$

Srednja vrednost, disperzija i korelaciona funkcija AR(1) serije su:

$$EX_t = 0, \quad DX_t = \frac{\sigma^2}{1-b^2}, \quad (2.63)$$

$$K(\tau) = b^{|\tau|} DX_t. \quad (2.64)$$

Zbog $|b| < 1$ sledi da $K(\tau) \rightarrow 0$ kada $\tau \rightarrow \pm\infty$. Koeficijent korelacije sa korakom τ je

$$\rho(\tau) = \frac{K(\tau)}{K(0)} = b^\tau. \quad (2.65)$$

Za određivanje dva parametra: b i $\sigma^2 \equiv \sigma_\xi^2$ mogu se koristiti rezultati:

$$b = \rho_1, \quad \sigma^2 = (1-b^2)K_X(0). \quad (2.66)$$

Zato će biti:

$$\hat{b} = r_1, \hat{\sigma}^2 = (1 - \hat{b}^2) K_X^*(0) \equiv (1 - \hat{b}^2) \hat{\sigma}_X^2, \quad (2.67)$$

gde je $\hat{\sigma}_X^2$ jedna od uzoračkih ocena disperzije serije X_t .

Spektralna gustina AR(1) serije je

$$g(\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} K(j) e^{-i\omega j} = \frac{\sigma^2}{|1 + b e^{-i\omega}|^2}.$$

Neka se pretpostavi da je kao model prepoznat AR(2) model, tj. model određen sa:

$$X_t = h_1 X_{t-1} + h_2 X_{t-2} + \xi_t, \quad t \in T, \quad (2.68)$$

odnosno,

$$X_t + b_1 X_{t-1} + b_2 X_{t-2} = \xi_t, \quad t \in T, \quad (2.69)$$

pri čemu su b_1 i b_2 realni koeficijenti, a $b_2 \neq 0$. Srednja vrednost, disperzija i korelaciona funkcija AR(2) serije su

$$EX_t = 0, \quad DX_t = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} c_j^2, \quad (2.70)$$

$$K(\tau) = \frac{\sigma^2}{(b_1 - b_2)(1 - b_1 b_2)} \left[\frac{b_1^{\tau+1}}{1 - b_1^2} - \frac{b_2^{\tau+1}}{1 - b_2^2} \right] \quad (2.71)$$

pri $b_1 \neq b_2, b_1, b_2 \in R$.

Rešavanjem Džul-Vokerovih jednačina se dobija:

$$h_1 = \frac{\rho_1(1 - \rho_2)}{1 - \rho_1^2}, \quad h_2 = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}, \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= K(0) - h_1 K(1) - h_2 K(2) = \\ &= \frac{(1 - \rho_2^2) - 2\rho_1^2(1 - \rho_2)}{1 - \rho_1^2} K(0). \end{aligned} \quad (2.73)$$

Vrednosti parametara h_1, h_2 i σ^2 se dobijaju kada se u gornjim relacijama umesto ρ_1, ρ_2 i $K(0)$ uzmu njihove uzoračke ocene. Seriji X_t definisanoj u (2.68) odgovara karakteristična jednačina

$$m^2 + \beta_1 m + \beta_2 = 0. \quad (2.74)$$

Da bi serija X_t bila stacionarna, potrebno je da rešenja (2.74) β_1 i β_2 budu po modulu manja od 1, tj. da su oba korena karakteristične jednačine u jediničnom krugu. Ako se smatra još da je $\beta_1 \neq \beta_2$, tada može da se piše

$$X_t - (\beta_1 + \beta_2)X_{t-1} + \beta_1\beta_2X_{t-2} = \xi_t, \quad (2.75)$$

odnosno

$$X_t = \sum_{r=0}^{\infty} c_r \xi_{t-r}, \quad (2.76)$$

gde je

$$c_r = \beta_1^r + \beta_1^{r-1}\beta_2 + \dots + \beta_2^r = \frac{\beta_1^{r+1} - \beta_2^{r+1}}{\beta_1 - \beta_2}, \quad r = 0, 1, 2, \dots \quad (2.77)$$

U slučaju $\beta_1 = \beta_2$ biće $c_r = (r+1)\beta_1^r$.

Spektralna gustina AR(2) serije X_t se može naći koristeći njenu vezu sa korelacionom funkcijom (2.71)

$$g(\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} K(j)e^{-i\omega j} = \frac{\sigma^2}{|1 + b_1e^{-i\omega} + b_2e^{-2i\omega}|^2}.$$

Problem određivanja AR parametara je povezan sa teorijom linearne prognoze. Pretpostavimo da je x_t AR(p) proces. Ako želimo da predvidimo x_t na osnovu prethodnih p vrednosti

$$\hat{x}_t = -\sum_{k=1}^p b_{p,k} x_{t-k}, \quad (2.78)$$

tada treba izabrati koeficijente predikcije $\{b_1, b_2, \dots, b_p\}$ tako da srednjekvadratna greška predikcije bude minimalna:

$$E\left[|f_{p,t}|^2\right] = E\left[|x_t - \hat{x}_t|^2\right]. \quad (2.79)$$

Pošto je $E\left[|f_{p,t}|^2\right]$ kvadratna funkcija koeficijenata predikcije, može se sprovesti postupak minimizacije, koji se svodi na rešavanje sistema linearnih jednačina:

$$K_l = -\sum_{k=1}^p b_{p,k} K_{l-k}, \quad l = 1, 2, \dots, p \quad (2.80)$$

čime se dobija minimalna srednjekvadratna greška predikcije kao:

$$\min \left\{ E \left[\left| f_{p,t} \right|^2 \right] \right\} = E_p^f = K(0) + \sum_{k=1}^p b_{p,k} K_k. \quad (2.81)$$

Koeficijenti prediktora unapred su identični sa parametrima AR(p) modela. Takođe je $E_p^f = \sigma^2$.

2.2.3 Džul-Vokerov metod

Kod Džul-Vokerovog metoda vrši se ocena autokorelacionog niza iz podataka, a zatim se ocena autokorelacije koristi u (2.59) za određivanje parametara AR modela. Kod ovog metoda je pogodno koristiti asimptotski nepristrasni model ocene autokorelacije, koji obezbeđuje da autokorelaciona matrica bude pozitivnodefinitna. Kao rezultat se dobija stacionarni AR model.

Parametri AR modela dobijaju se Levinson-Durbinovim postupkom. Umesto stvarne autokorelacije koristi se ocena. Algoritam se inicijalizuje određivanjem koeficijenata prediktora prvog reda:

$$b_1(1) = -\frac{K(1)}{K(0)}, \quad E_1^f = \left(1 - |b_1(1)|^2\right) K(0), \quad (2.82)$$

dok se koeficijenti prediktora višeg reda dobijaju iz rekurzivne relacije:

$$b_{p,k} = b_{p-1,k} + b_{p,p} b_{p-1,p-k}^*, \quad (2.83)$$

gde je

$$b_{p,p} = -\frac{K_p + \sum_{k=1}^{p-1} b_{p-1,k} K_{p-k}}{E_{p-1}^f},$$

$$E_p^f = \left(1 - |b_{p,p}|^2\right) E_{p-1}^f = K(0) \prod_{k=1}^p \left[1 - |b_{p,k}|^2\right]. \quad (2.84)$$

Kao rezultat postupka dobija se ocena spektralne gustine:

$$g_x^{YW}(\omega) = \frac{\hat{\sigma}_{\xi_p}^2}{\left|1 + \sum_{k=1}^p \hat{b}_{p,k} e^{-i\omega k}\right|^2}, \quad (2.85)$$

gde su $\hat{b}_{p,k}$ ocenjene vrednosti parametara AR modela koje su dobijene Levinson-Durbinovim algoritmom. Takođe je:

$$\hat{\sigma}_{\xi_p}^2 = \hat{E}_p^f = K(0) \prod_{k=1}^p \left[1 - |\hat{b}_{p,k}|^2\right] \quad (2.86)$$

ocenjena vrednost minimalne srednjekvadratne greške prediktora p -tog reda.

2.2.4 Burgov metod

Burgov metod (1967) pripada grupi rekurzivnih metoda, a zasnovan je na minimizaciji grešaka linearnih prediktora unapred i unazad.

Neka je dat konačan niz podataka x_t , $t = 0, 1, \dots, N-1$. Ocena pomoću linearnih prediktora unapred i unazad reda p data je izrazima:

$$\hat{x}_t = -\sum_{k=1}^p b_{p,k} x_{t-k}, \quad (2.87)$$

$$\hat{x}_{t-p} = -\sum_{k=1}^p b_{p,k} x_{t-p+k}, \quad (2.88)$$

dok su greške predikcije unapred i unazad date izrazima $f_{p,t} = x_t - \hat{x}_t$ i $g_{p,t} = x_{t-p} - \hat{x}_{t-p}$, respektivno. Ukupna greška može se definisati kao:

$$E_p = \sum_{n=p}^{N-1} \left[|f_{p,t}|^2 + |g_{p,t}|^2 \right]. \quad (2.89)$$

Minimizacija greške (2.89) može se izvesti podešavanjem koeficijenata predikcije pod uslovom da zadovoljavaju Levinson-Durbin rekurzivnu relaciju:

$$b_{p,k} = b_{p-1,k} - \Phi_p b_{p-1,p-k}^*, \quad 1 \leq k \leq p-1, \quad (2.90)$$

gde, $\Phi_p = -b_{p,p}$ predstavlja p -ti koeficijent parcijalne korelacije. Kada se (2.90) zameni u izraze za greške predikcije, kao rezultat se dobija par rekurzivnih jednačina za greške predikcije unapred i unazad, respektivno

$$f_{p,t} = f_{p-1,t} + \Phi_p g_{p-1,t-1}, \quad (2.91)$$

$$g_{p,t} = g_{p-1,t} + \Phi_p^* f_{p-1,t-1}. \quad (2.92)$$

Ako se jednačine (2.91) i (2.92) zamene u izraz za grešku (2.89), dobija se:

$$\hat{\Phi}_p = \frac{\sum_{n=p}^{N-1} f_{p-1,t} g_{p-1,t-1}^*}{\frac{1}{2} \sum_{t=p}^{N-1} \left[|f_{p-1,t}|^2 + |g_{p-1,t-1}|^2 \right]}. \quad (2.93)$$

Faktor u brojiocu izraza (2.93) predstavlja ocenu međukorelacije između grešaka predikcije unapred i unazad. Normalizacijom međukorelacije sa faktorom u imeniocu izraza (2.93) ostvaruje se uslov stacionarnosti AR modela $|\Phi_p| < 1$.

Pošto članovi u normalizacionom faktoru u imeniocu predstavljaju ocene grešaka predikcije unapred i unazad u smislu najmanjih kvadrata, izraz (2.93) se može napisati i u obliku:

$$\hat{\Phi}_p = \frac{\sum_{t=p}^{N-1} f_{p-1,t} g_{p-1,t-1}^*}{\frac{1}{2} (\hat{E}_{p-1}^f + \hat{E}_{p-1}^b)}, \quad (2.94)$$

gde izraz $\hat{E}_{p-1}^f + \hat{E}_{p-1}^b$ predstavlja ocenu ukupne kvadratne greške \hat{E}_p za koju važi rekurzivna relacija:

$$\hat{E}_p = \left(1 - |\hat{\Phi}_{p-1}|^2 \right) - |f_{p-1,N}|^2 - |g_{p-1,N-p}|^2. \quad (2.95)$$

Dakle, Burgov algoritam izračunava koeficijente parcijalne korelacije pomoću jednačina (2.94) i (2.95), dok se parametri AR modela dobijaju pomoću Levinson-Durbinovog algoritma. Na kraju se dobija spektralna ocena po Burgovom algoritmu:

$$P_x^{BU}(\omega) = \frac{\hat{E}_p}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p \hat{b}_{p,k} e^{-i\omega k} \right|^2}. \quad (2.96)$$

U poređenju sa drugim metodima za određivanje parametara AR modela Burgov metod ima znatne prednosti, ali i neke nedostatke. Prednosti Burgovog metoda su što uvek daje stacionaran AR model sa dobrom rezolucijom na visokim

učestanostima, kao i što je računski efikasan. Jedan od nedostataka se ogleda u činjenici da se pri velikim odnosima signal-šum može pojaviti cepanje spektralnih linija, tj. detekcija signala dve bliske učestanosti umesto jedne. Kod modela višeg reda mogu se pojaviti lažne detektovane učestanosti. Kod detekcije sinusoidalnih signala u šumu, metod je osetljiv na početnu fazu sinusoide.

S obzirom na značaj Burgovog metoda navedeni problemi su bili predmet intenzivnog proučavanja poslednjih dvadesetak godina, pa je u literaturi opisano više metoda za otklanjanje nekih od opisanih nedostataka. Na primer, uvođenjem prozorskih funkcija može se smanjiti pojava cepanja spektralnih linija i lažnih učestanosti. Tada se, umesto izraza (2.89), za kvadrat ukupne greške koristi:

$$E_p = \sum_{t=p}^{N-1} w_{p,t} \left[|f_{p,t}|^2 + |g_{p,t}|^2 \right], \quad (2.97)$$

koji posle minimizacije daje ocene koeficijenata parcijalne korelacije:

$$\hat{\Phi}_p = \frac{\sum_{t=p}^{N-1} f_{p-1,t} g_{p-1,t-1}^*}{\frac{1}{2} \sum_{t=p}^{N-1} w_{p-1,t} \left[|f_{p-1,t}|^2 + |g_{p-1,t-1}|^2 \right]}, \quad m = 1, 2, \dots, p. \quad (2.98)$$

Kao prozorske funkcije se mogu koristiti sve klasične prozorske funkcije, ali su u novijoj literaturi opisane i prozorske funkcije koje su posebno konstruisane za ovu primenu.

2.2.5 Izbor reda modela

Postoje razni kriterijumi za izbor reda u ARMA serijama. Veliki broj takvih kriterijuma se zasniva na minimizaciji funkcije oblika

$$\delta(p, q) = N \ln \hat{\sigma}_\xi^2 + (p + q)H(N), \quad (2.99)$$

gde je $\hat{\sigma}_\xi^2$ aproksimacija varijanse ostataka, a $H(N)$ je pogodno odabrana nenegativna kaznena funkcija. Prvi sabirak desne strane (2.99) ima tendenciju opadanja kada broj parametara raste, dok drugi sabirak uvek raste kada broj parametara raste. U slučaju $H(N) = 2$ dobijamo Akaikeov $AIC(p, q)$ kriterijum, u slučaju $H(N) = \ln N$ imamo tzv. Bajesov $BIC(p, q)$ kriterijum.

Izbor reda AR modela slučajnog procesa je veoma složen problem. Ako se izabere suviše nizak red modela, dobiće se jako zaobljeni spektar. Ako se izabere suviše visok red modela mogu se pojaviti lažne komponente u spektru čije su amplitude male. Osim toga, kviri se i računaska efikasnost. Jedan od kriterijuma za kvalitet AR modela je srednjekvadratna rezidualna greška, koja treba da opada sa porastom modela. Ako se desi da rezidualna greška počne da raste ili da sporo opada, treba prekinuti povećanje reda modela.

S obzirom na značaj ovog problema, publikovano je više radova sa raznim predlozima za pouzdan i brz izbor reda AR modela. Jedan od kriterijuma za izbor reda modela, predložen u radu Akaikea, naziva se kriterijum finalne greške predikcije (FPE). Po ovom kriterijumu, red modela p se određuje minimizacijom izraza:

$$FPE(p) = \hat{\sigma}_{\xi p}^2 \frac{N + p + 1}{N - p - 1}, \quad (2.100)$$

gde je $\hat{\sigma}_{\xi p}^2$ ocena varijanse greške linearne predikcije. Drugi kriterijum, predložen u istom radu, naziva se Akaikeov informacioni kriterijum (AIC) i zasnovan je na minimizaciji izraza:

$$AIC(p) = N \ln \hat{\sigma}_{\xi p}^2 + 2p. \quad (2.101)$$

Ponekad se za određivanje reda AR modela koristi i kriterijum koji minimizuje tzv. deskripcionu dužinu (MDL), koja je definisana kao:

$$MDL(p) = N \ln \hat{\sigma}_{\xi p}^2 + p \ln N. \quad (2.102)$$

Još jedan kriterijum za određivanje reda AR modela naziva se kriterijum autoregresivnog transfera. Red sistema, p , se dobija minimizacijom izraza:

$$CAT(p) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^p \frac{1}{\bar{\sigma}_{\xi p}^2} - \frac{1}{\sigma_{\xi p}^2}, \quad (2.103)$$

gde je:

$$\bar{\sigma}_{\xi p}^2 = \frac{N}{N - k} \hat{\sigma}_{\xi p}^2.$$

Kada se primenjuje ocena reda na osnovu navedenih kriterijuma, iz podataka se mora isključiti srednja vrednost. Osim toga, pošto varijansa $\hat{\sigma}_{\xi p}^2$ zavisi od tipa spektra koji se ocenjuje, red modela zavisi i od primenjenog kriterijuma.

Postoje i predlozi sledećeg tipa: da vrednost p treba da bude blizu nekog procenta dužine serije N . Haykin i Kesler (1979) predlažu da p leži u opsegu od $0,2 N$ do $0,5 N$. Drugi istraživači predlažu da se uzme vrednost $N/3$, $0,5 N$ (Ulrych i Bishop, 1975), $p = N$ i $2N/\ln_2 N$ (Berryman, 1978). Oladipo (1988) predlaže opseg od $N/3$ do $2N/\ln_2 N$.

Eksperimentalni rezultati pokazuju da se ocenom reda p pomoću navedenih kriterijuma može učiniti velika greška. Stoga je, u odsustvu bilo kakvih informacija o fizičkom procesu generisanja podataka, najbolje probati modelovanje sa više različitih redova modela i usvojiti najpovoljnije rešenje.

2.2.6 Provera pogodnosti izabranog modela

Kada se izabere model, provera pogodnosti izabranog modela se ispituje na Gausovoj seriji ostataka (Mališić, 2002). Za seriju ostataka $\hat{\xi}_t = \varepsilon_t$ se nalaze uzorački koeficijenti korelacije

$$r_1(\varepsilon), r_2(\varepsilon), \dots, r_s(\varepsilon).$$

Pri datom N se nalaze trake $\pm 1/\sqrt{N}$ i $\pm 2/\sqrt{N}$ i gleda se da li svi $r_k(\varepsilon)$ upadaju u te trake ili ne. Na osnovu tog rezultata se i donosi odluka da prihvatimo ili da odbacimo predloženi model.

Drugačiji način je da na koeficijente $r_1(\varepsilon), r_2(\varepsilon), \dots, r_s(\varepsilon)$ gledamo kao na jednu celinu i formiramo sumu

$$Q = N \sum_{k=1}^s r_k^2(\varepsilon). \quad (2.104)$$

Može se pokazati (Box i Jenkins, 1976) da ako se radi o Gausovim serijama, onda pri velikim vrednostima s i tačnoj nultoj hipotezi H_0 : da ostaci obrazuju Gausov beli šum, važi sledeća asimptotika

$$Q \approx \chi_{s-p-q}^2 \quad (2.105)$$

gde su p i q parametri u izabranom ARMA(p, q) modelu. Na osnovu izabranog praga značajnosti α i toga da li uzoračka vrednost veličine Q upada u kritičnu oblast za χ_{s-p-q}^2 ili ne, mi i donosimo odluku da li je izabran odgovarajući model. Ovim je opisan Boks-Pirsov test, koji se često zove i portmanto test (portmanteau test).

Pitanje koje se nameće je izbor veličine s - broja koeficijenata korelacije ostataka koji učestvuju u portmanteau statistici. Za male vrednosti s može aproksimacija raspodele Q -statistike χ^2 -raspodelom biti loša. Pri velikim vrednostima s se radi i sa koeficijentima korelacije izračunatim pri dosta smanjenom broju sabiraka u brojiocu u odnosu na imenilac, što može da dovede do suviše malih signifikantnih vrednosti statistike Q . Kompromis se nalazi u izboru s reda \sqrt{N} (ali ne veće od $2\sqrt{N}$). Opisan test je zasnovan na činjenici da je $E(r_k) = 0$, $D(r_k) \approx 1/N$, (za velike vrednosti N), te je statistika Q upravo dobijena onako kako se formiraju χ^2 -statistike. Prednost ovog testa je da se ne zahteva specifikacija alternativne hipoteze. Pokazalo se da je test dobar za velike uzorke. Međutim, pri uzorcima obima $N = 100$ aproksimacija χ^2 -raspodelom nije zadovoljavajuća.

Zato su Ljung i Box (1979) predložili da se uzme preciznija aproksimacija za $D(r_k)$, tj., da se umesto statistike Q posmatra statistika

$$Q^* = N(N+2) \sum_{j=1}^s \frac{r_j^2(\varepsilon)}{n-j}, \quad (2.106)$$

koja, takođe, ima približno χ_{s-p-q}^2 raspodelu.

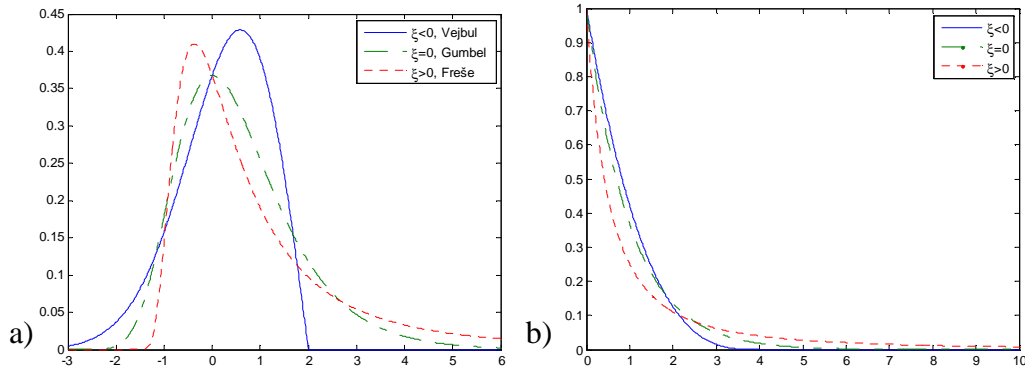
2.3 Generalizovana raspodela ekstremnih vrednosti (GEV)

Generalizovana raspodela ekstremnih vrednosti (GEV) je izvedena iz karakterizacije ekstremnog ponašanja. Neka X_1, X_2, \dots je niz nezavisnih promenljivih sa zajedničkom funkcijom raspodele i neka je $M_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$. Nakon linearne normalizacije, raspodele M_n su GEV familija u obliku:

$$G(z; \mu, \sigma, \xi) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\} \quad (2.107)$$

definisane na $\{z : 1 + \xi(z - \mu)/\sigma > 0\}$, gde su $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$ i $-\infty < \xi < \infty$ parametri položaja, razmera i oblika, respektivno. Tri ekstremna tipa su određena znakom ξ , pa je Vejbulova (Weibull) raspodela za $\xi < 0$, Gumbelova za $\xi = 0$, i Frešeova (Fréchet) za $\xi > 0$ (sl. 1.4a). Vrednost ξ je odlučujuća u

određivanju ponašanja krajeva raspodele; $\xi < 0$ odgovara raspodeli sa gornjom granicom, dok $\xi > 0$ odgovara raspodeli sa izduženim krajem.



Slika 1.4. a) Generalizovana raspodela ekstremnih vrednosti i b) generalizovana Pareto raspodela za različite vrednosti parametra ξ .

Jednačina (2.107) pretpostavlja da su podaci minimumi ili maksimumi u delu vremena. Ocene za μ , σ i ξ su dobijene koristeći funkciju maksimalne verodostojnosti za nezavisne maksimume z_1, \dots, z_n iz modela (2.107) kao

$$L(\mu, \sigma, \xi) = \prod_{i=1}^k \frac{dG(z_i; \mu, \sigma, \xi)}{dz_i} \quad (2.108)$$

Kada se razmatraju ekstremne vrednosti slučajne promenljive, interesantno je izračunati povratne nivoe ekstremnih događaja. Povratni nivo, z_p , je definisan kao nivo za koji se očekuje da će biti premašen jednom u svakih $1/p$ godina (gde je p verovatnoća pojave ekstremnog događaja). Za GEV raspodelu datoj u (2.107), povratni nivo je dat sledećom jednačinom

$$\hat{z}_p = \begin{cases} \mu - \frac{\sigma}{\xi} [1 - y_p^{-\xi}], & \text{for } \xi \neq 0 \\ \mu - \sigma \log y_p, & \text{for } \xi = 0 \end{cases} \quad (2.109)$$

gde je $y_p = -\log(1-p)$. Primenom delta metoda, dobija se

$$\text{Var}(\hat{z}_p) \approx \nabla_{z_p}^T V \nabla_{z_p}, \quad (2.110)$$

gde je V kovarijansna matrica ocenjenih parametara $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$ i

$$\nabla_{z_p}^T = \left[\frac{\partial z_p}{\partial \mu}, \frac{\partial z_p}{\partial \sigma}, \frac{\partial z_p}{\partial \xi} \right] = [1, -\xi^{-1}(1 - y_p^{-\xi}), \sigma \xi^{-2}(1 - y_p^{-\xi}) - \sigma \xi^{-1} y_p^{-\xi} \log y_p]$$

ocenjenih u $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$.

Da bi se dobio profil verodostojnosti za parametar oblika, fiksira se $\xi = \xi_0$ i maksimizuje logaritamski profil verodostojnosti u odnosu na preostale parametre, μ i σ (Coles, 2001). Ovaj postupak se ponavlja za opseg vrednosti ξ_0 . Odgovarajuće maksimalne vrednosti logaritamskog profila verodostojnosti definišu logaritamski profil verodostojnosti za ξ koji se koristi da bi se dobili približni intervali poverenja.

Mogu se dobiti intervali poverenja za ma koji povratni nivo z_p . To zahteva ponovnu parametrizaciju GEV modela, tako da je z_p jedan od parametara modela, nakon čega se logaritamski profil verodostojnosti dobija maksimizacijom po ostalim parametrima.

2.4 Generalizovana Pareto raspodela (GPD)

Prirodno je posmatrati kao ekstremne one događaje X_i koji prevazilaze neki visoki prag u . Za dovoljno veliko u , funkcija raspodele od $X - u$, pri uslovu $X > u$, je približno

$$H(y) = 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\tilde{\sigma}} \right)^{-1/\xi} \quad (2.111)$$

definisana na $\{ y : y > 0 \text{ i } 1 + \xi y / \tilde{\sigma} > 0 \}$, gde je

$$\tilde{\sigma} = \sigma + \xi(u - \mu). \quad (2.112)$$

Familija raspodela definisana sa (2.111) zove se generalizovana Pareto raspodela (sl. 1.4b). Označavajući sa σ_u vrednost GPD parametra razmera za prag od $u > u_0$, sledi iz (2.112) da je $\sigma_u = \sigma_{u_0} + \xi(u - u_0)$, pa se parametar razmera menja sa u dok je $\xi = 0$. Modifikovan razmer se dobija ponovnom parametrizacijom GPD parametra razmera kao $\sigma^* = \tilde{\sigma} - \xi u$, koji je konstantan u odnosu na u . Prag u_0 se bira kao najniža vrednost u za koju ocene σ^* i ξ ostaju približno konstantne.

Pretpostavimo da je GPD sa parametrima σ i ξ pogodan model za prevazilaženje praga u promenljive X . To znači da za $x > u$

$$\Pr\{X > x\} = \zeta_u \left[1 + \xi \left(\frac{x-u}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi}, \quad (2.113)$$

gde je $\zeta_u = \Pr\{X > u\}$. Otuda, nivo x_m koji je premašen u srednjem jednom u svakih m osmatranja je rešenje

$$\zeta_u \left[1 + \xi \left(\frac{x_m - u}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} = \frac{1}{m}. \quad (2.114)$$

Rearanžiranjem,

$$x_m = u + \frac{\sigma}{\xi} [(m\zeta_u)^\xi - 1], \text{ ako } \xi \neq 0, \quad (2.115)$$

gde je x_m m -osmotreni povratni nivo. Ako ima n_y osmatranja u godini, gde je N broj godina, sledi da je $m = N \times n_y$. Otuda, N -godišnji povratni nivo je definisan

$$z_N = u + \frac{\sigma}{\xi} [(Nn_y\zeta_u)^\xi - 1], \text{ ako } \xi \neq 0. \quad (2.116)$$

Bolje ocene za parametar i povratni nivo se dobijaju iz profila verodostojnosti. Za povratne nivoe, zahteva se ponovna parametrizacija. Iz (2.115), sledi

$$\sigma = \frac{(x_m - u)\xi}{(m\zeta_u)^\xi - 1}, \text{ ako } \xi \neq 0. \quad (2.117)$$

Fiksiranje x_m , koristeći (2.111), dovodi do funkcije verodostojnosti jednog parametra kojoj se može naći maksimalna vrednost po ξ . Kao funkcija x_m , to je profil verodostojnosti za m -osmotreni povratni nivo.

3 Ekstremne temperature

U ovom poglavlju su analizirane ekstremne temperature u Beogradu koristeći generalizovanu raspodelu za ekstremne vrednosti (GEV) i generalizovanu Pareto raspodelu (GPD). Prikaz rezultata je dat prema Unkašević i Tošić (2009a). U drugom delu su analizirane maksimalne temperature u Srbiji i talasi toplote prema Unkašević i Tošić (2011a).

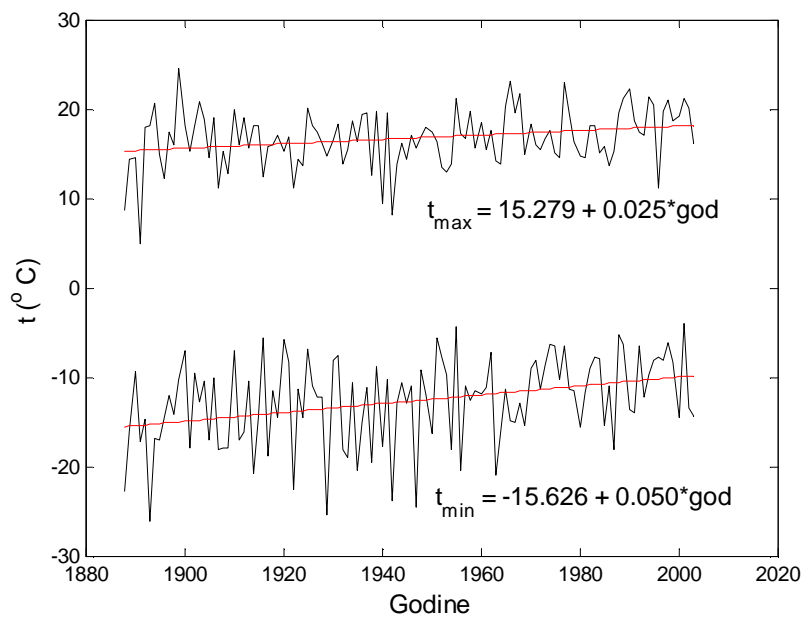
3.1 Ekstremne temperature u Beogradu

Analizirane su apsolutne minimalne zimske (AMINW) i apsolutne maksimalne letnje (AMAXS) temperature tokom perioda 1888-2003. god., kao i minimalne dnevne zimske (DMINW) i maksimalne dnevne letnje (DMAXS) temperature od 1936. do 2003. god. u Beogradu.

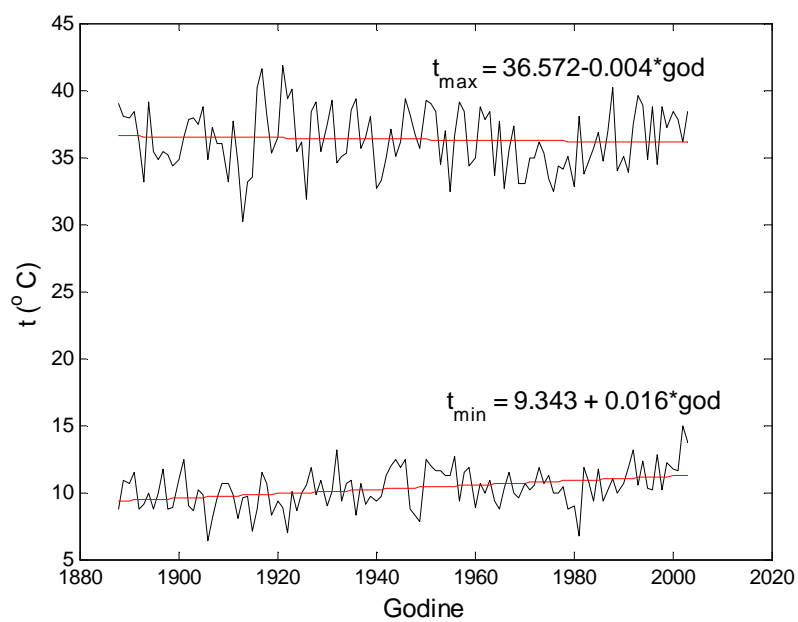
Apsolutne maksimalne temperature su merene na Meteorološkoj opservatoriji u Beogradu ($\varphi = 44^{\circ}48' N$, $\lambda = 20^{\circ}28' E$, $h = 132$ m) koristeći Šnajderov (Schneider) termometar. Tehnička i kritička kontrola ovih merenja je urađena od strane Hidrometeorološkog zavoda Srbije. Tokom proučavanog perioda nije bilo premeštanje uređaja kao ni nedostajućih podataka.

Maksimalne godišnje vrednosti temperatura u Beogradu su u julu ili avgustu, a minimalne u januaru ili februaru. Prema sl. 3.1, uočava se rastući trend apsolutnih minimalnih i maksimalnih zimskih i minimalnim letnjih temperatura. Porast AMINW temperatura je statistički značajan na 1% nivou značajnosti. Najniža vrednost AMINW je zabeležena 1893. godine ($-26,2^{\circ}C$).

Značajan porast srednjih vrednosti maksimalnih letnjih temperatura u Beogradu je osmotren tokom perioda 1975-2003. godine (Unkašević i sar. 2005). Takođe, AMAXS temperature su porasle tokom istog perioda. Međutim, trend AMAXS temperatura nije bio statistički značajan (sl. 3.1b). Najveća vrednost AMAXS temperatura od $41,8^{\circ}C$ je registrovana 1921. godine.



a)



b)

Slika 3.1. Absolutne minimalne i maksimalne: (a) zimske i (b) letnje temperature (°C) u Beogradu tokom perioda 1888-2003.

3.2 Analiza ekstremnih sezonskih temperatura

3.2.1 Primena GEV raspodele

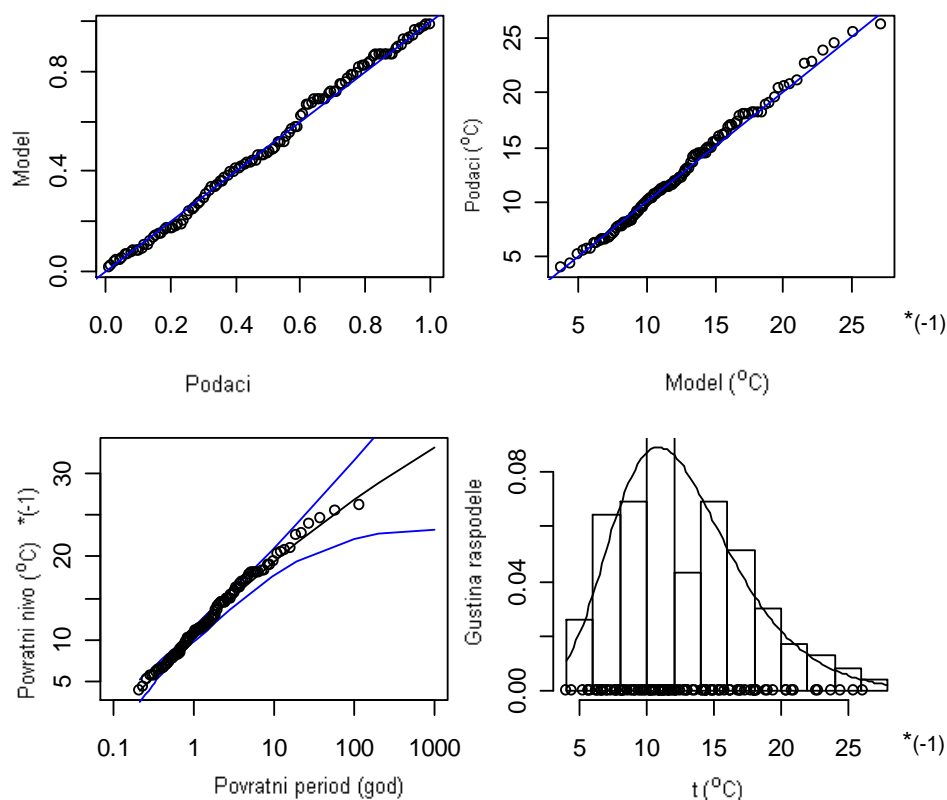
Da bi se primenila GEV raspodela na AMINW temperature, koristi se izraz $\min(x_1, \dots, x_n) = -\max(-x_1, \dots, -x_n)$, tj., GEV raspodela se primenjuje na negativno transformisane podatke. Maksimizacija GEV logaritma verodostojnosti na AMINW i AMAXS temperature dovodi do ocena $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (-10,56; 4,14; -0,07)$ i $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (35,54; 2,27; -0,30)$, respektivno. Standardne greške su 0,44; 0,32 i 0,08 za AMINW i 0,23; 0,16 i 0,06 za AMAXS temperature. Kombinacijom ocena i standardnih grešaka dobijaju se 95% intervali poverenja (-11,43; -9,70) za μ , (3,50; 4,77) za σ i (-0,23; 0,09) za ξ za AMINW temperature. U slučaju AMAXS temperatura, 95% intervali poverenja za svaki parametar su (35,09; 35,99); (1,95; 2,59) i (-0,41; -0,19), respektivno. Negativna vrednost ξ (-0,07) za AMINW temperature je manja (po apsolutnoj vrednosti) od one za AMAXS temperaturu (-0,30). Prema dobijenoj negativnoj vrednosti ξ , može se zaključiti da je Vejbulova raspodela fitovana na AMINW i AMAXS temperature.

Da bi se videlo koliko dobro GEV raspodela fituje AMINW i AMAXS temperature, na slikama 3.2 i 3.3 su prikazani dijagnostički crteži. Grafici verovatnoće i kvantila pokazuju valjanost modela: svaki set tačaka je skoro linearan. Krive povratnog nivoa, kao posledica negativne ocene parametra ξ nisu linearne. Koristeći hi-kvadrat test, ustanovljeno je da je uslov $\chi_n^2 \leq \chi_{n,0.05}^2$ zadovoljen za AMINW (22,26 < 24,99) i AMAXS temperature (10,55 < 15,51). Takođe, svi dijagnostički crteži opravdavaju korišćenje GEV modela (sl. 3.2 i 3.3).

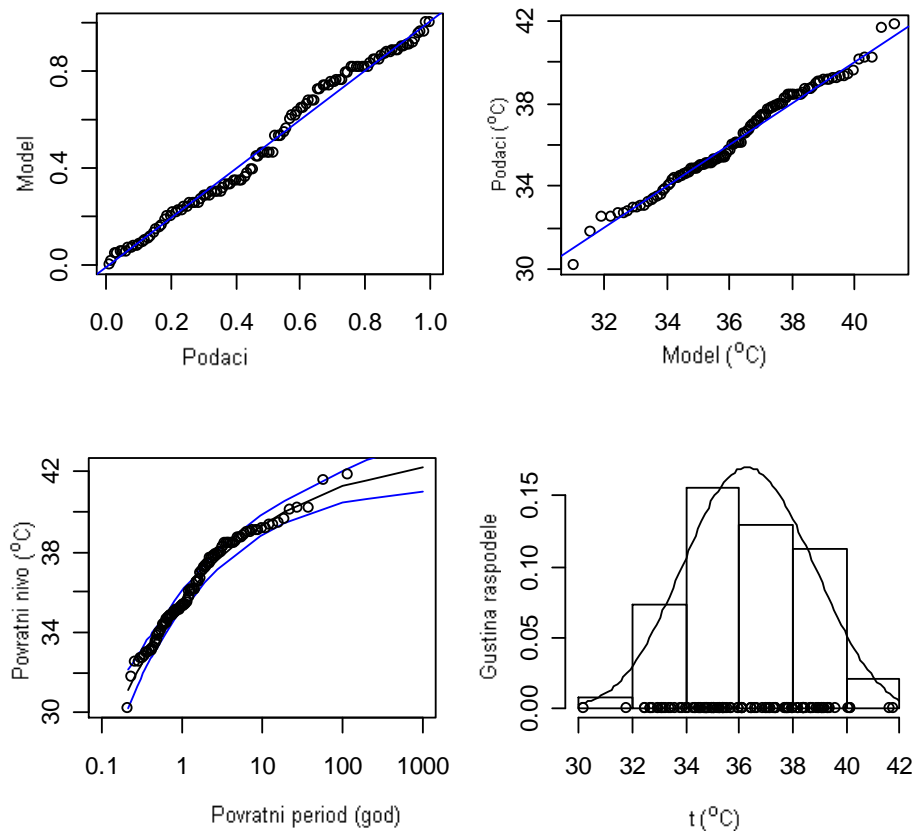
3.2.1.1 Povratni nivoi

Interesantno je izračunati povratne nivoe za AMINW i AMAXS temperature. Ove vrednosti sa 95% granicama poverenja, ocenjene delta metodom, su prikazane na sl. 3.2 i 3.3 u levom donjem uglu. Delta metod pretpostavlja da su ocene simetrične, što nije uvek slučaj za parametar oblika (Gilleland i Katz, 2005). Veća tačnost intervala poverenja se može postići koristeći funkciju verodostojnosti. Slike 3.4a i 3.5a pokazuju funkcije verodostojnosti za 100-godišnji povratni nivo. Procenjeni povratni nivo je -26,8°C, čiji je 95% interval poverenja (-34,3; -23,5) za AMINW temperature i 41,2°C sa 95% intervalom poverenja od (40,7; 42,5) za AMAXS temperature. Desetogodišnji povratni nivoi su -19,2°C i 39,3°C za AMINW i AMAXS

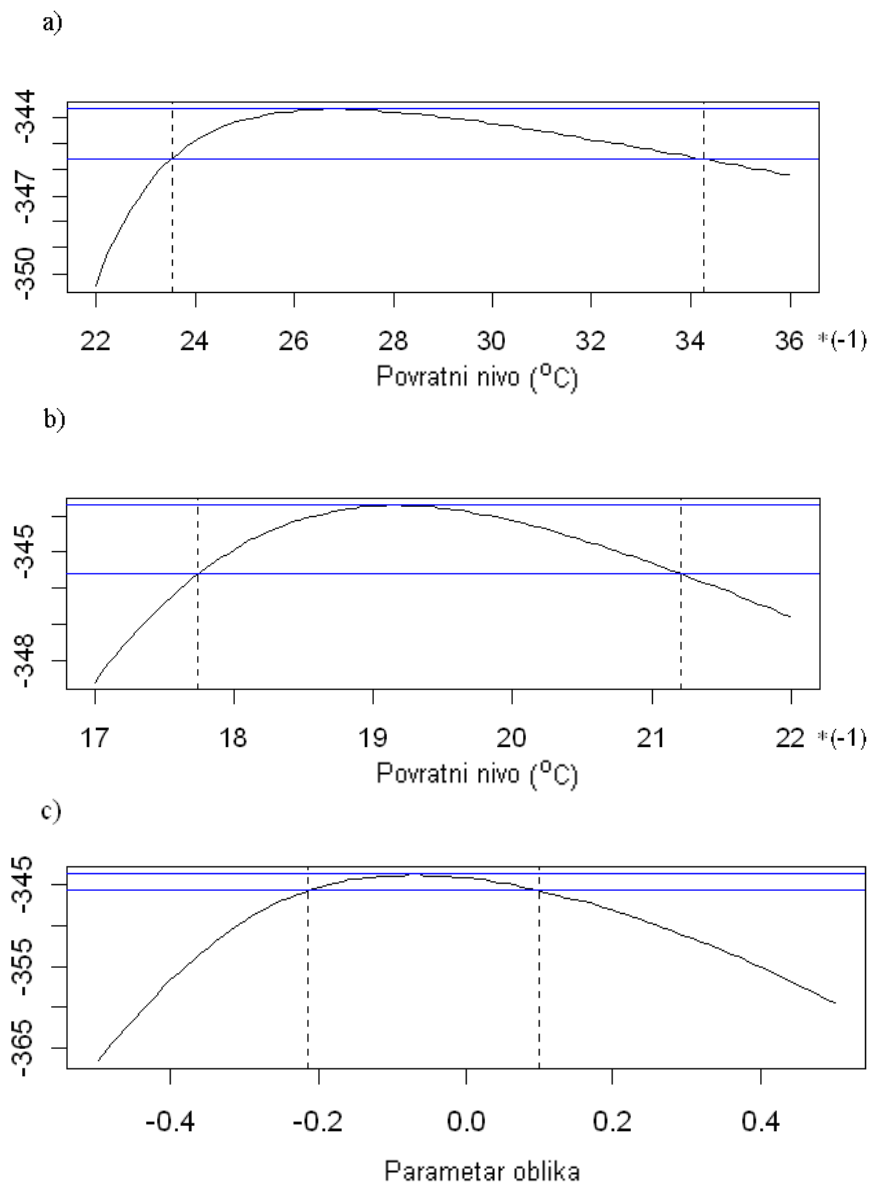
temperature, respektivno (sl. 3.4b i 3.5b). Slike 3.4c i 3.5c pokazuju funkciju verodostojnosti za ξ , čiji je 95% interval poverenja $(-0,21; 0,10)$ i $(-0,39; -0,17)$ za AMINW i AMAXS temperature, respektivno. Slike ukazuju na (a) asimetriju 100-godišnjih vrednosti povratnog nivoa, (b) simetriju 10-godišnjih vrednosti i (c) simetriju parametra oblika. Neslaganje između (a) i (b) nastaje usled smanjenja pouzdanosti sa povećanjem povratnog perioda.



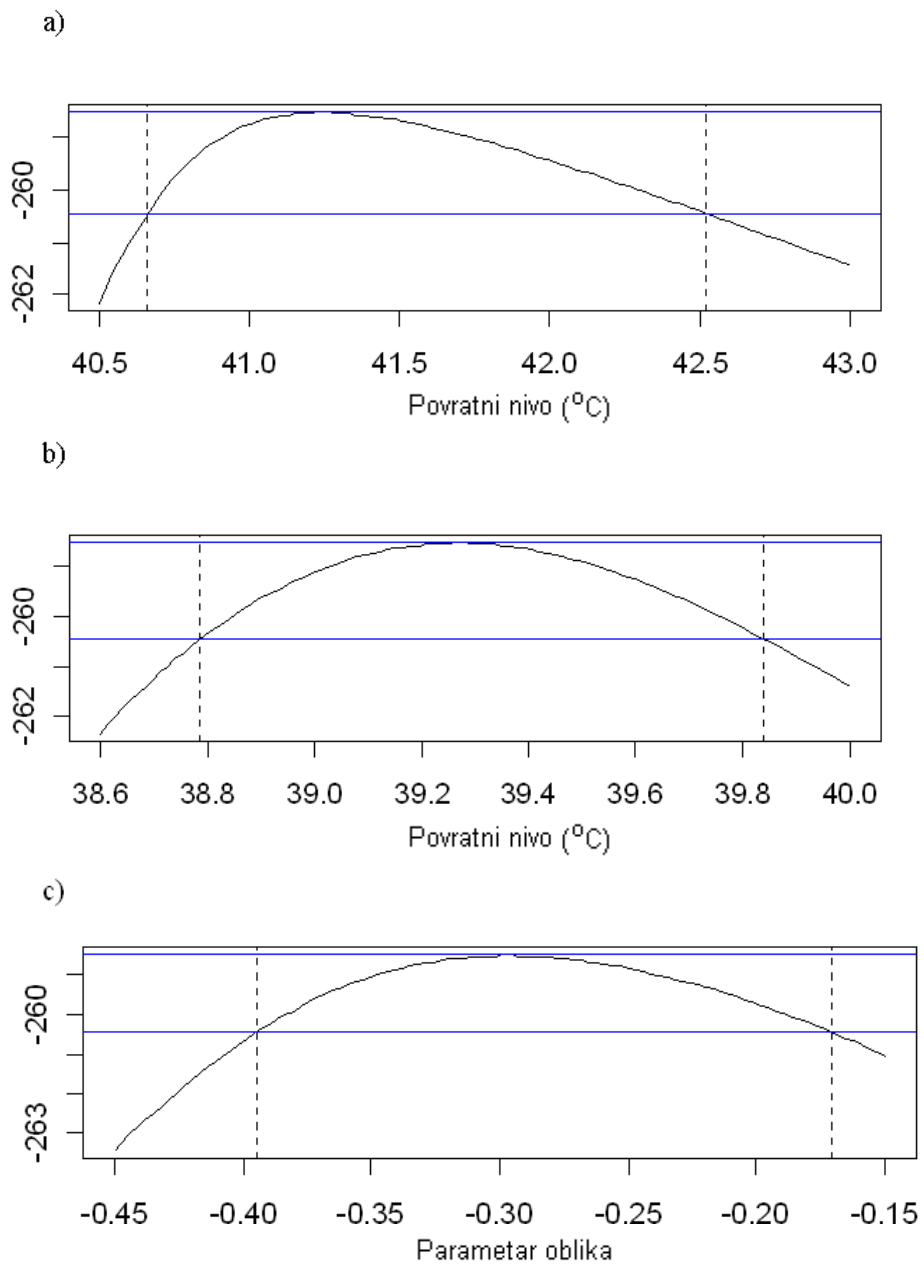
Slika 3.2. Dijagnostički crteži GEV raspodele fitovane na apsolutno minimalne zimske temperature u Beogradu (sa korišćenom negativnom transformacijom).



Slika 3.3. Kao na sl. 3.2, ali za apsolutne maksimalne letnje temperature.



Slika 3.4. Funkcija verodostojnosti (ordinata) za GEV raspodelu koja je fitovana na apsolutne minimalne zimske temperature (primenjujući negativne transformacije) u Beogradu za: (a) 100-godišnji povratni nivo, (b) 10-godišnji povratni nivo i (c) parametar oblika. 95%-ni interval poverenja je označen vertikalnim isprekidanim linijama. Gornja horizontalna linija ukazuje na maksimum funkcije verodostojnosti, dok donja preseca vrednosti funkcije verodostojnosti i 95%-ni interval poverenja.



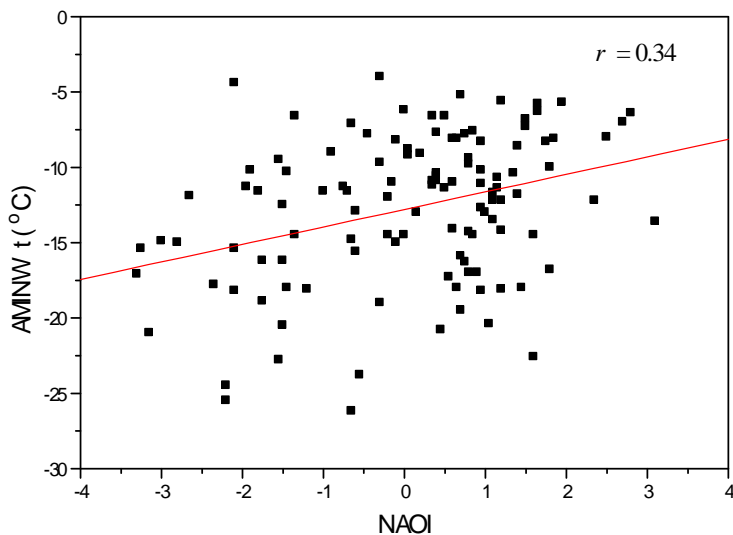
Slika 3.5. Kao na sl. 3.4, ali za apsolutne maksimalne letnje temperature.

3.2.1.2 Kovarijante

Kovarijanta je promenljiva koja je u relaciji sa zavisnom promenljivom. Poznato je da je Severno-atlantska oscilacija (NAO) povezana sa anomalijama temperature i padavina na severnoj hemisferi (Vinther i sar. 2006). Prema Castro-Díez i sar. (2002), temperature zimi u južnoj Evropi zavise ne samo od faze NAO, već i od tačnog položaja centra NAO. Uticaj NAO (Hurrell 1995) se ispituje preko NAO indeksa, koji predstavlja normalizovanu razliku pritiska između Ponta Delgade i Rejkjavika. Utvrđeno je da je porast AMINW povezan sa rastom NAO indeksa (NAOI) preko koeficijenta korelacije od 0,34 (sl. 3.6). Ova činjenica je ispitana primenom GEV na AMINW temperature bez kovarijanti, kao i primenom kompleksnijeg modela koji uključuje kovarijante. Uključenje NAOI kao kovarijante u parametru položaja (μ) je dato sa:

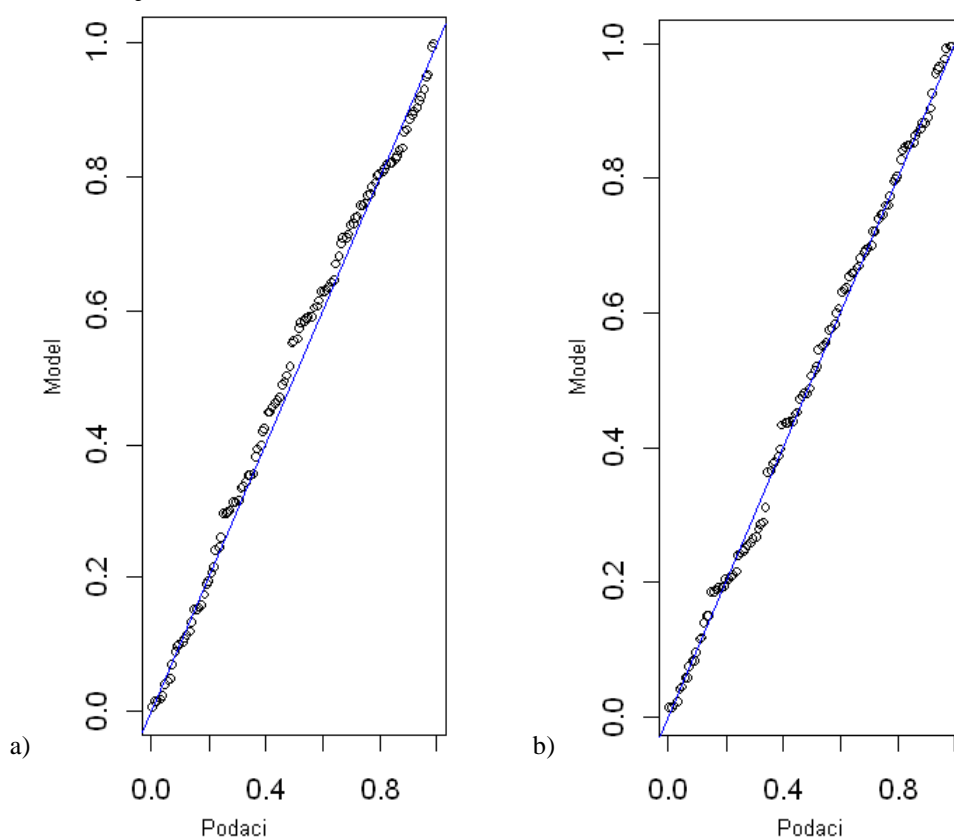
$$\mu(\text{NAOI}) = \mu_0 + \mu_1 \text{NAOI},$$

gde su μ_0 (-14,13) i μ_1 (0,76) određeni metodom maksimalne verodostojnosti. Parametar μ_1 odgovara godišnjoj promeni AMINW. U nestacionarnom slučaju je potrebno izvršiti modifikaciju, obično se podaci standardizuju. Na taj način se dobija grafik verovatnoće reziduala fitovanog modela (sl. 3.7a).



Slika 3.6. Apsolutne minimalne temperature zimi u Beogradu naspram srednjih vrednosti NAO indeksa zimi u periodu 1888–2003.

Da bi se utvrdilo da li je model sa NAO kao kovarijantom poboljššan model u odnosu na prethodni bez kovarijante, koristi se test koji poredi odnos verodostojnosti, $2 \log\left(\frac{l_1}{l_0}\right)$, gde su l_0 i l_1 verodostojnosti za svaki od modela, sa χ_v^2 kvantilom, a v je razlika u broju ocenjenih parametara. U našem slučaju je odnos verodostojnosti oko 5,10, što je veće od 95% kvantila χ_1^2 raspodele od 3,84. Dakle, ovaj model predstavlja značajno unapređenje u odnosu na model bez kovarijante.



Slika 3.7. Grafik verovatnoće modela sa linearnim trendom primenjen na AMINW temperature u Beogradu koristeći kao kovarijante: a) NAOI i b) trend u parametru položaja.

Prema sl. 3.1 izgleda valjano da se kao kovarijanta u parametru položaja za AMINW temperature uključi trend u obliku:

$$\mu(t) = -15,87 + 0,035 t$$

Tada se dobija odnos verodostojnosti 11,68, što je veće od 99% kvantila χ_1^2 raspodele, koji iznosi 6,63. Kvalitet fitovanog modela je potvrđen dijagnostičkim crtežima primenjenim na rezidualne (sl. 3.7b). Kada se posmatra parametar razmera, bolji rezultat se dobija koristeći logaritamsku funkciju $\sigma(t) = \exp(\beta_0 + \beta_1 t)$ umesto $\sigma(t) = \beta_0 + \beta_1 t$. Na taj način se dobija rezultat koji je značajan koliko i rezultat dobijen za parametar položaja.

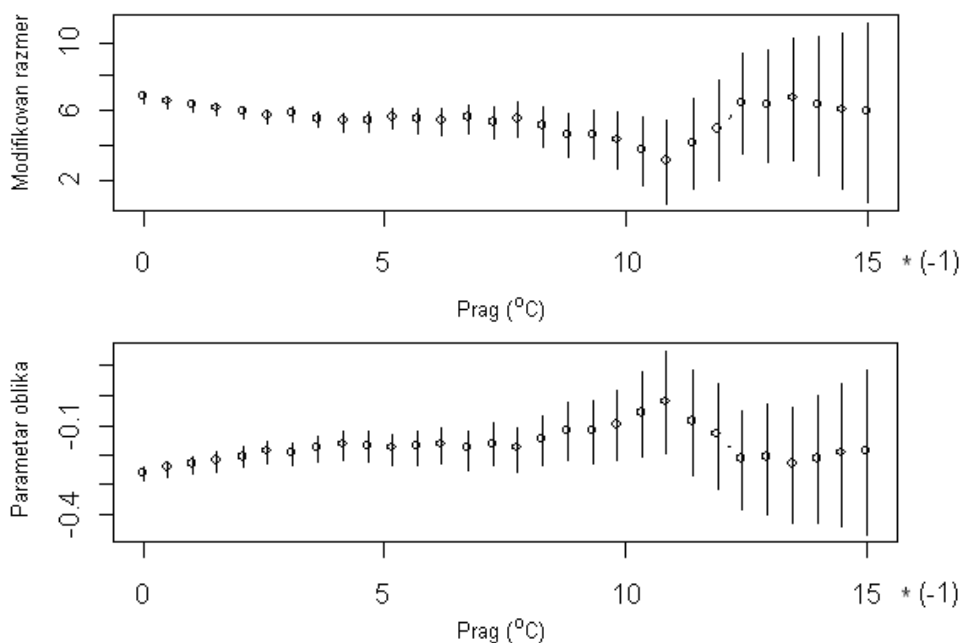
3.2.2 Primena GP raspodele

Generalizovana Pareto raspodela (GPD) koristi mnogo više informacija od GEV raspodele, pa je GPD primenjena na minimalne i maksimalne dnevne temperature u Beogradu (2108 podataka od 1936. do 2003. godine). Kod ovog metoda posmatraju se temperature iznad određenog praga. Suviše nizak prag dovodi do bajasa, dok suviše visok prag može da generiše samo nekoliko vrednosti koje model može da proceni, što dovodi do velike varijanse (Coles, 2001).

Izbor praga je pitanje stabilnosti ocena parametara. Bazira se na fitovanju GPD za različite vrednosti praga (u). Ocene parametara modifikovanog razmera (σ^*) i oblika dobijene metodom maksimalne verodostojnosti naspram u za DMINW i DMAXS temperature su pokazane na sl. 3.8 i 3.9, respektivno. Poremećenja parametara su mala do izabranih vrednosti za prag $u_0 = -10$ za DMINW i $u_0 = 30$ za DMAXS temperature. Otuda, izgleda razumno za prag izabrati vrednosti $u_0 = -10$ i $u_0 = 30$.

Ocene dobijene metodom maksimalne verodostojnosti su $(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (3,25; -0,09)$ za DMINW i $(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (4,01, -0,36)$ za DMAXS temperature. Standardne greške su 0,30 i 0,07 za DMINW, a 0,14 i 0,02 za DMAXS temperature. Kombinacijom ocena i standardnih grešaka dobijaju se 95% intervali poverenja (2,66; 3,84) za σ i (-0,23; -0,05) za ξ za DMINW temperature, odnosno (3,73; 4,29) za σ i (-0,40; -0,32) za ξ za DMAXS temperature.

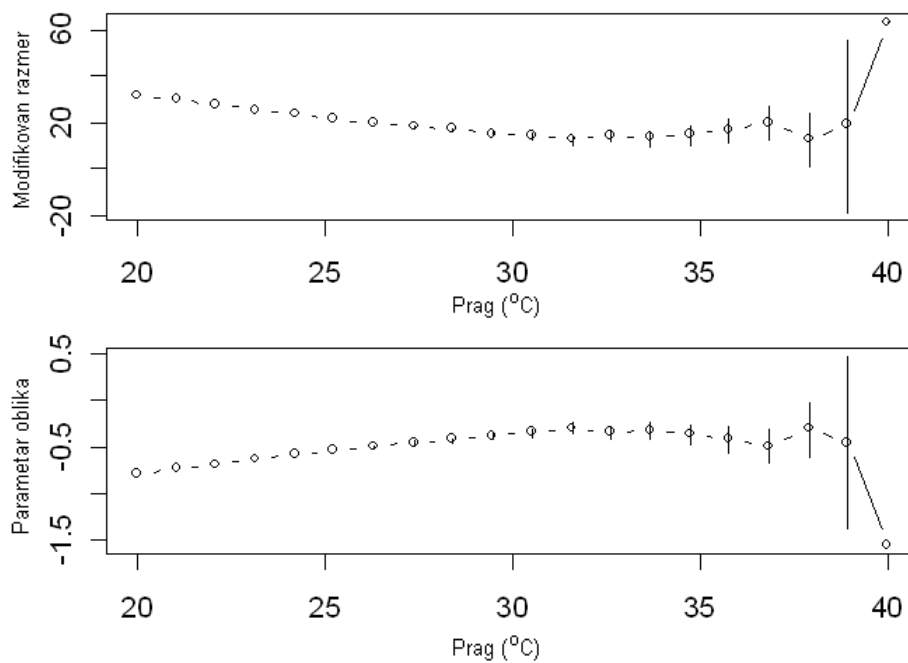
GPD sadrži i eksponencijalnu i Pareto raspodelu. U našem slučaju dobijena je negativna vrednost parametra oblika, pa je kraj raspodele konačan.



Slika 3.8. Ocene dobijene metodom maksimalne verodostojnosti za: a) modifikovan razmer i b) parametar oblika naspram praga za minimalne dnevne temperature zimi u Beogradu tokom perioda 1936–2003.

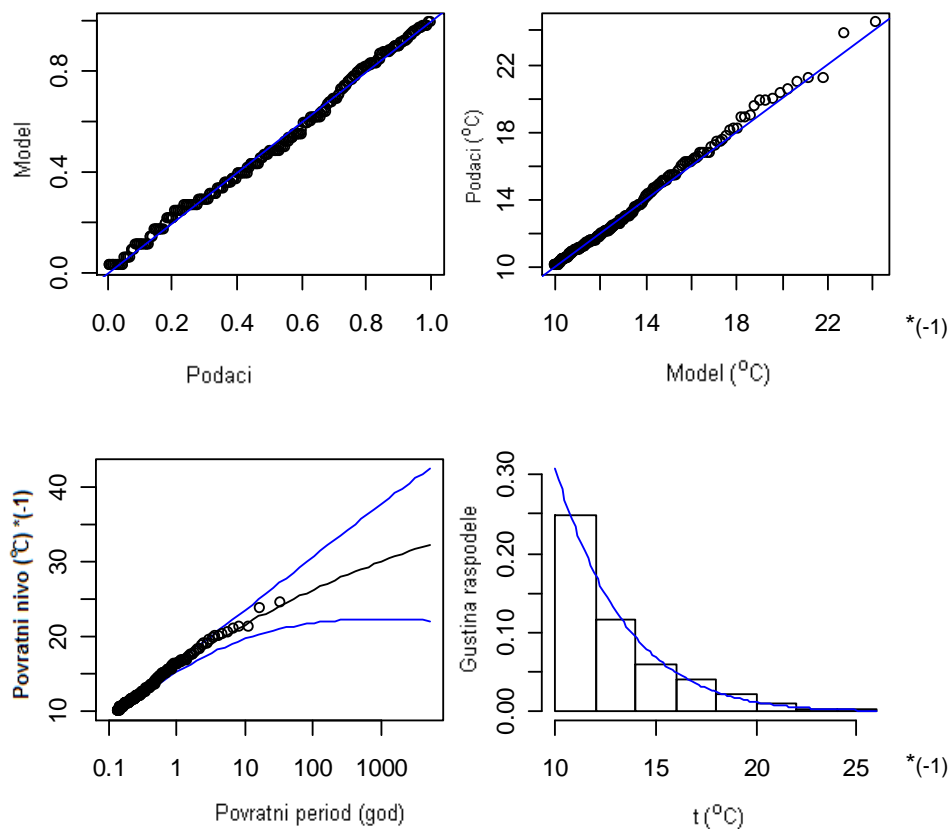
Kao u prethodnom slučaju, grafici verovatnoća i kvantila (sl. 3.10 i 3.11) su skoro linearni. Takođe, kao posledica negativne ocene parametra ξ , krive povratnih nivoa nisu linearne. Gustina funkcije fitovanog generalizovanog Pareto modela je upoređivana sa histogramom koristeći hi-kvadrat test dobrote prilagođavanja. Uslov ($1,91 < \chi_{3;0.05}^2$ i $9,99 < \chi_{7;0.05}^2$) je zadovoljen za DMINW i DMAXS temperature, respektivno.

Profili dobijeni metodom maksimalne verodostojnosti za 100-godišnji povratni nivo su sa manje simetrije od onih dobijenih koristeći GEV. Ocenjeni 100-godišnji povratni nivoi su $-26,2^{\circ}\text{C}$ i $40,3^{\circ}\text{C}$ za DMINW i DMAXS temperature, respektivno. 95% intervali poverenja za 100-godišnje povratne nivoe su dobijeni metodom maksimalne verodostojnosti $(-33,0; -23,2)$ za DMINW i $(39,9; 40,9)$ za DMAXS temperature. Deseto-godišnji povratni nivoi su $-21,6^{\circ}\text{C}$ za DMINW i $39,3^{\circ}\text{C}$ za DMAXS temperature.

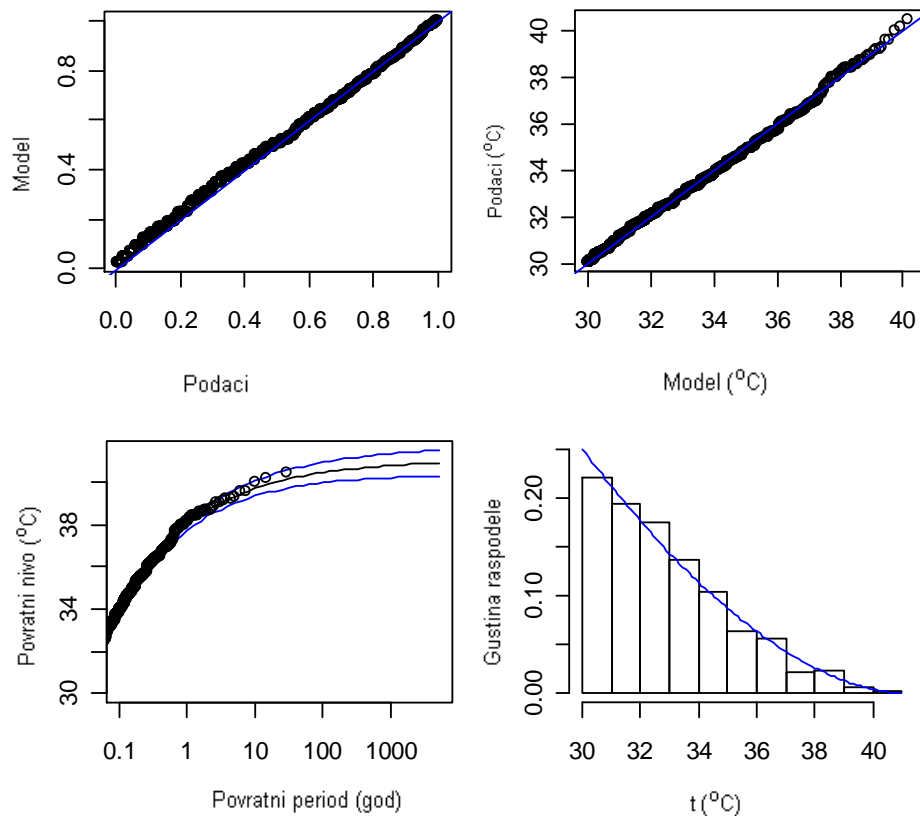


Slika 3.9. Kao na sl. 3.8, ali za maksimalne dnevne temperature leti.

Stogodišnji i desetogodišnji povratni periodi za maksimalne letnje temperature u Beogradu se slažu sa rezultatima koje je Kysely (2002) dobio za Prag.



Slika 3.10. Dijagnostički crteži GPD fitovane na apsolutne minimalne zimske temperature u Beogradu tokom perioda 1936-2003.



Slika 3.11. Kao na sl. 3.10, ali za apsolutne maksimalne temperature leti.

3.3 Srednje letnje i maksimalne dnevne temperature u Srbiji

Analizirane su srednje letnje (jun-jul-avgust) temperature za 18 meteoroloških stanica u Srbiji (tab. 3.1) od 1951. do 2007. godine, kao i maksimalne dnevne temperature.

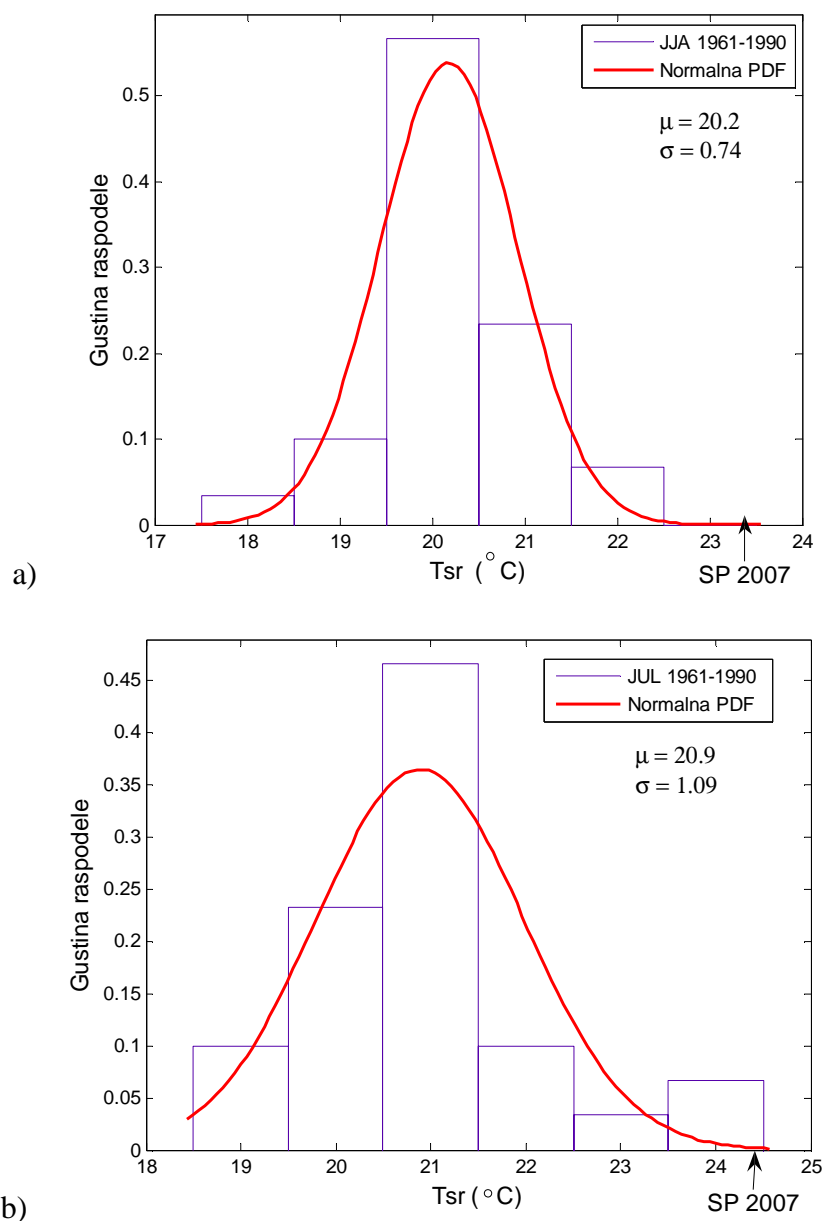
Tabela 3.1. Redni broj (No), skraćenica (skr) i položaj (ϕ , λ , h) meteoroloških stanica sa prethodno maksimalnom temperaturom do 2007. godine (AT_{\max}) i tokom leta 2007. godine (T_{\max}).

No	skr	stanica	ϕ	λ	h (m)	AT_{\max} (°C)	T_{\max} (°C) 2007
1	PA	Palić	46°06'	19°46'	102	39,2	38,2
2	SO	Sombor	45°47'	19°05'	88	39,6	40,3
3	KI	Kikinda	45°51'	20°28'	81	39,0	40,0
4	ZR	Zrenjanin	45°24'	20°21'	80	39,8	42,9
5	NS	Novi Sad	45°20'	19°51'	84	39,8	41,6
6	SM	Sremska Mitrovica	44°58'	19°38'	81	40,8	40,7
7	BG	Beograd	44°48'	20°28'	132	40,5	43,6
8	VG	Veliko Gradište	44°45'	21°31'	82	40,9	43,6
9	LO	Loznica	44°33'	19°14'	121	40,1	42,3
10	SP	Smederevska Palanka	44°22'	20°57'	122	43,0	44,9
11	NE	Negotin	44°14'	22°33'	42	42,0	42,6
12	KG	Kragujevac	44°02'	20°56'	185	41,7	43,9
13	ĆU	Ćuprija	43°56'	21°23'	123	42,4	44,6
14	ZA	Zaječar	43°53'	22°17'	144	42,7	44,7
15	KR	Kraljevo	43°44'	20°41'	215	44,3	43,6
16	Ni	Niš	43°20'	21°54'	201	42,5	44,2
17	DI	Dimitrovgrad	43°01'	22°45'	450	39,6	41,4
18	VR	Vranje	42°29'	21°54'	432	40,7	41,6

Homogenost letnjih temperatura je testirana prema Alexanderssonu (1986). Primenjujući test Alexanderssona, Tošić (2005) je ukazala da su svi nizovi temperatura homogeni.

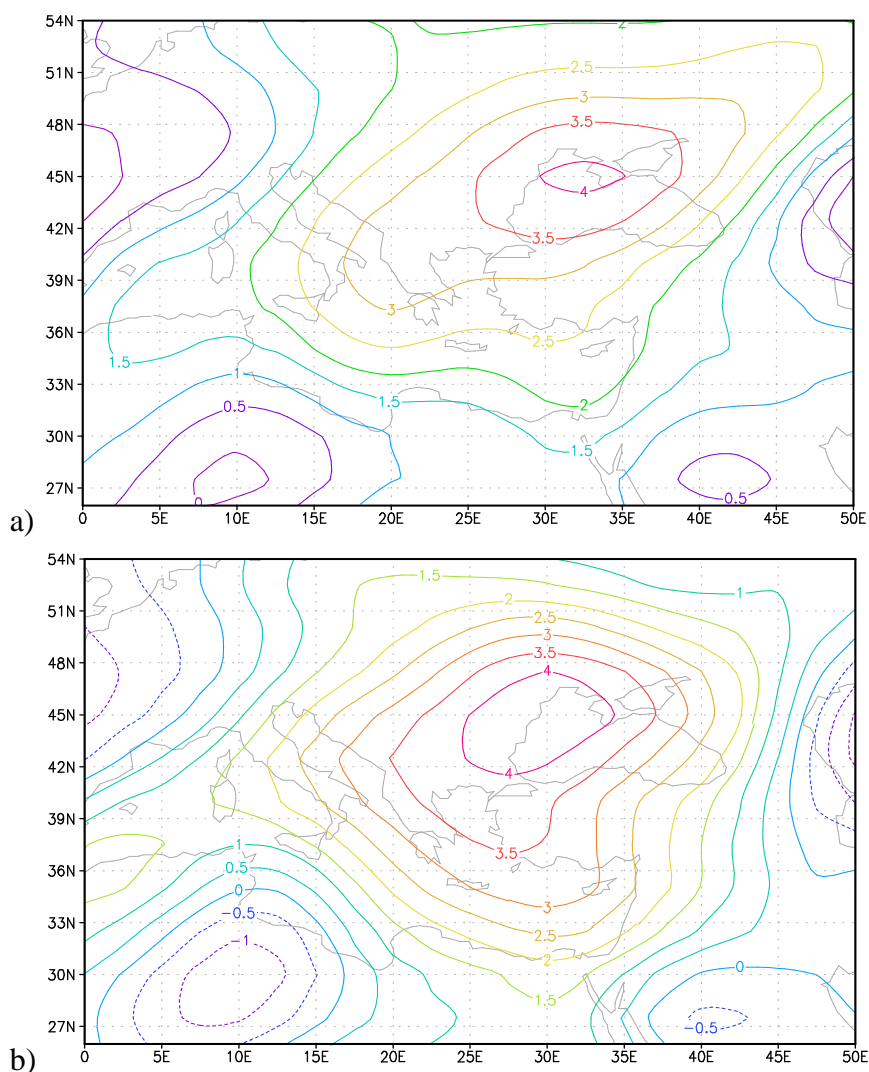
Rekordno visoke vrednosti maksimalnih dnevnih temperatura su zahvatile teritoriju Srbije tokom 2007. godine i premašene su prethodne apsolutne maksimalne temperature na skoro svim stanicama (tab. 3.1). Apsolutni maksimum u Srbiji je dostignut 24. jula 2007. godine u Smederevskoj Palanci (SP) sa vrednošću od 44,9°C. Tako je premašen maksimum izmeren 1939. godine u Kraljevu, a koji je iznosio 44,3°C. Interesantno je da je u Beogradu, u

kojem se merenja vrše od 1888. godine, prethodna apsolutna maksimalna temperatura premašena za $3,1^{\circ}\text{C}$ (podebljano u tab. 3.1).



Slika 3.12. Raspodela: a) srednjih letnjih (JJA) i b) srednjih julskih temperatura ($^{\circ}\text{C}$) u Srbiji tokom perioda 1961-1990. god. (tab. 3.1). Fitovana normalna raspodela je podebljana. Srednje letnje i julske temperature 2007. god. u Smederevskoj Palanci (SP) su označene strelicom.

U Srbiji, srednja letnja temperatura 2007. godine je premašila srednju vrednost tokom perioda 1961–1990. za 3°C ($3,1^{\circ}\text{C}$ u SP, sl. 3.12a), dok je srednja julska temperatura u 2007. godini bila viša od srednje vrednosti za $3,3^{\circ}\text{C}$, što prevazilazi tri standardne devijacije (sl. 3.12b). Srednja letnja i julska temperatura tokom 2007. godine u SP (označene strelicom) su izvan razmera na sl. 3.12a i na kraju poslednjeg bina histograma na sl. 3.12b, respektivno, što je uzrokovano porastom srednjih dnevnih temperatura u leto 2007. godine.



Slika 3.13. Letnje a) i julske b) anomalije temperatura ($^{\circ}\text{C}$) na 850 hPa tokom 2007. god. u odnosu na referentni period 1961-1990. god. iznad jugoistočne Evrope.

Osetljivost ekstrema na širinu statističkih raspodela je dovela do mišljenja da je varijabilnost mnogo važnija od srednjih vrednosti (Katz i Brown, 1992). Stoga je porast u varijabilnosti prihvatljiva hipoteza da bi se objasnili ekstremni uslovi 2007. godine u Srbiji, odnosno drastično različitih leta u Evropi, kao 1992–1994. god. i 2003. godine (Kyselý, 2002; Schär i sar., 2004; Beniston i Diaz, 2004).

Anomalije letnje i julske temperature 2007. godine na 850 hPa u odnosu na referentni period 1961–1990. god. iznad jugoistočne Evrope su prikazane na sl. 3.13. Može da se vidi da su letnje i julske anomalije temperature bile između 3 i 3,5°C i 3,5 i 4°C iznad Srbije, respektivno.

3.4 Analiza maksimalnih dnevnih temperatura i talasa toplote u Smederevskoj Palanci

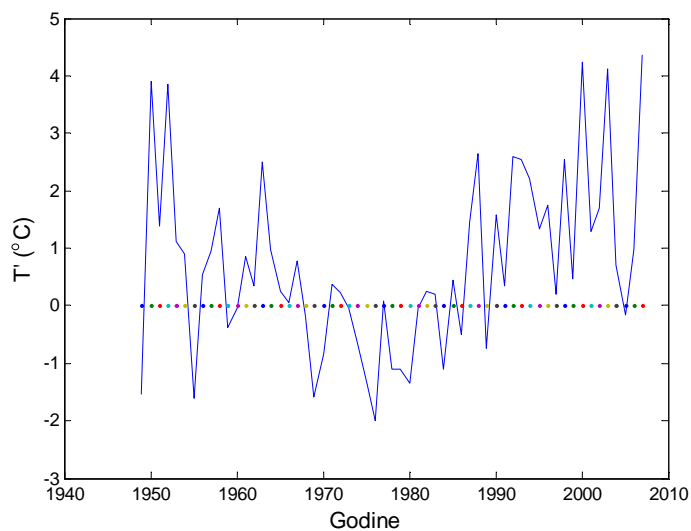
U ovom odeljku su analizirane maksimalne dnevne temperature (T_x) i talasi toplote u Smederevskoj Palanci (SP) tokom perioda 1949–2007.

3.4.1 Maksimalne dnevne temperature u Smederevskoj Palanci

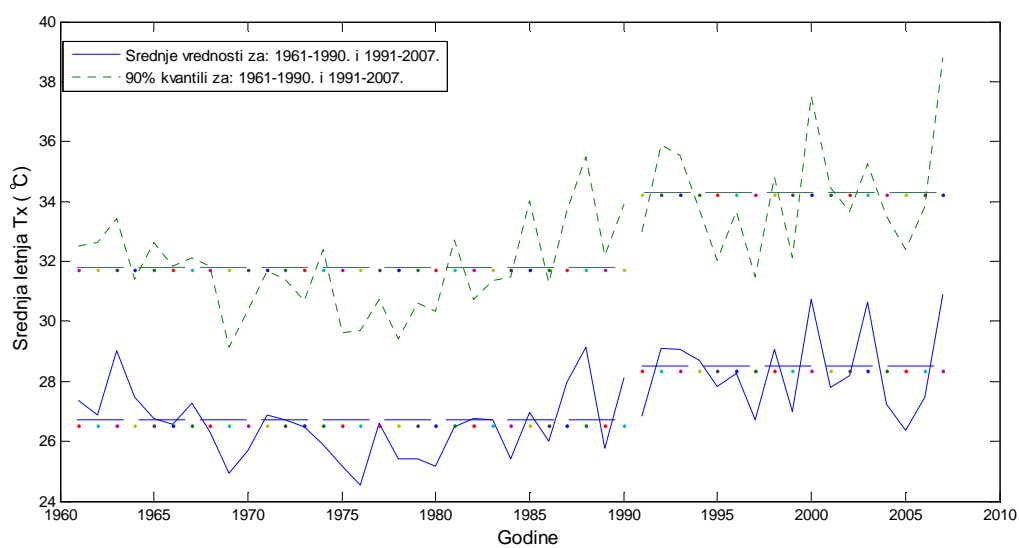
Meteorološka merenja u SP su vršena na istom mestu tokom perioda 1949–2007. i nije bilo nedostajućih podataka. Klima u SP je umereno kontinentalna sa maksimalnim temperaturama u julu/avgustu i najvećim padavinama leti. Srednja maksimalna letnja temperatura je 26,5°C, dok srednje letnje padavine iznose 196,5 mm.

Anomalije maksimalnih dnevnih temperatura osrednjene preko tri letnja meseca u SP tokom perioda 1949–2007. god. su prikazane na sl. 3.14. Sa slike je očigledno da pozitivne anomalije T_x preovlađuju nakon 1990. godine. Najveće odstupanje T_x od srednje vrednosti za period 1961–1990. god. u SP je iznosilo 4,4°C 2007. godine.

Srednje vrednosti maksimalnih letnjih temperatura sa 90% kvantilima u SP su prikazane na sl 3.15 i to za dva perioda: 1961–1990. god. i 1991–2007. god. Dok je u tridesetogodišnjem periodu (1961–1990. god.) srednja letnja T_x bila svega dva puta iznad srednje vrednosti, tokom perioda 1991–2007. god. srednja vrednost od 28,3°C je premašena više puta. Takođe, srednja vrednost u periodu 1991–2007. god. je bila za 1,8°C veća od one u periodu 1961–1990. god. Slični rezultati se dobijaju i analizom 90%-ih kvantila. U periodu 1961–1990. god. ekstremni kvantili maksimalnih temperatura su bili u opsegu 29–35,5°C, dok su u periodu 1991–2007. god., bili između 31,5–38,8°C, sa maksimumom od 38,8°C 2007. godine.



Slika 3.14. Anomalije srednjih letnjih temperatura (T') u odnosu na srednju temperaturu za referentni period 1961-1990. god. u Smederevskoj Palanci (1949-2007).



Slika 3.15. Poređenje srednjih vrednosti maksimalnih letnjih temperatura i 90% kvantila za dva perioda: 1961-1990. god. i 1991-2007. god. u Smederevskoj Palanci. Isprekidane horizontalne linije predstavljaju srednje vrednosti za periode: 1961-1990. i 1991-2007. god.

3.4.2 Talasi toplote u Smederevskoj Palanci

Postoje mnoge definicije talasa toplote, bilo da kvantifikuju trajanje i/ili intezitet noćnih minimalnih ili dnevnih maksimalnih temperatura (Karl i Knight, 1997; Huth i sar., 2000; Palecki i sar., 2001; Meehl i Tebaldi, 2004). Ovde smo se odlučili za definiciju talasa toplote koja se zasniva na konceptu prevazilaženja različitih pragova, pa se na taj način analiziraju trajanje i frekvencija talasa toplote.

Prema Alexander i sar. (2006), korišćen je indikator trajanja talasa toplote (Warm Spell Duration Indicator, WSDI). WSDI je definisan na sledeći način: neka je Tx_{ij} maksimalna dnevna temperatura na dan i u periodu j i neka je $Tx_{in,90}$ 90 devedeseti percentil za kalendarski dan u petodnevnom prozoru (Zhang i sar., 2005). Sumira se broj dana sa maksimalnim temperaturama za koje je $Tx_{ij} > Tx_{in,90}$ u periodu ne manjem od 6 uzastopnih dana. U našem slučaju su vrednosti praga za devedeseti percentil određene empirijski iz osmotrenih maksimalnih temperatura u SP za period 1961–1990. god. Kako su percentili računati iz petodavnog prozora, koji je centriran na posmatranom kalendarskom danu, dobija se 150 podataka za svaki kalendarski dan (30 godina \times 5 dana = 150). Na taj način se obezbeđuje da se događaji sa ekstremnim temperaturama mogu dešavati sa jednakom verovatnoćom tokom godine (Klein Tank i Können, 2003).

Broj talasa toplote za šest dekada je prikazan u tab. 3.2. Najveći broj talasa toplote je bio u poslednjoj dekadi (javili su se 8 puta). Zatim sledi broj talasa toplote u dekadi 1989–1998. (7) i 1959–1968. (5). Takođe je i maksimum T_x osmotren tokom poslednje decenije (2007. godine). Broj toplotnih talasa, čije je trajanje duže od 8 dana, je bilo samo jednom u prvoj, drugoj, četvrtoj i petoj dekadi, dok su u poslednjoj dekadi osmotrena tri takva talasa. Može se zaključiti da je frekvencija, kao i trajanje talasa toplote znatno porasla u poslednjoj dekadi.

Tabela 3.2. Broj talasa toplote po dekadi sa maksimalnom vrednošću T_x (°C) i trajanjem (dani) u Smederevskoj Palanci, 1949 – 2007.

Dekada	broj talasa toplote	maksimum T_x (°C)	trajanje (dani)
1949-1958.	4	39.6	7-9
1959-1968.	5	37.9	6-9
1969-1978.	1	34.2	6
1979-1988.	4	39.2	6-13
1989-1998.	7	41.7	6-10
1999-2007.	8	44.9	6-11

Da bismo okarakterisali talase toplote u SP tokom perioda 1949-2007. godine, posmatrano je trajanje, kumulativni višak T_x iznad određenih pragova u toku trajanja talasa toplote ($\Sigma\Delta T_x >$ različitih pragova) i maksimalna vrednost temperature. Prema Kysely (2000), kumulativni višak T_x je najverovatnije najpogodnija promenljiva koja karakteriše jačinu talasa.

Najduži i najjači talasi toplote su osmotreni u drugoj polovini dvadesetog veka i predstavljeni su u tab. 3.3 i na sl. 3.16. Prema tab. 3.3, 1987., 2007. i 1998. godina su bile godine sa najdužim talasima toplote od kada se vrše merenja, u trajanju od 13, 11 i 10 dana, respektivno. Zatim slede talasi toplote tokom leta 1950., 1963. i 2006. godine, čije je trajanje bilo 9 dana.

Tabela 3.3. Najduži talasi toplote sa jačinom (mereno preko viška maksimalne vrednosti T_x iznad određenog praga) u Smederevskoj Palanci, 1949–2007.

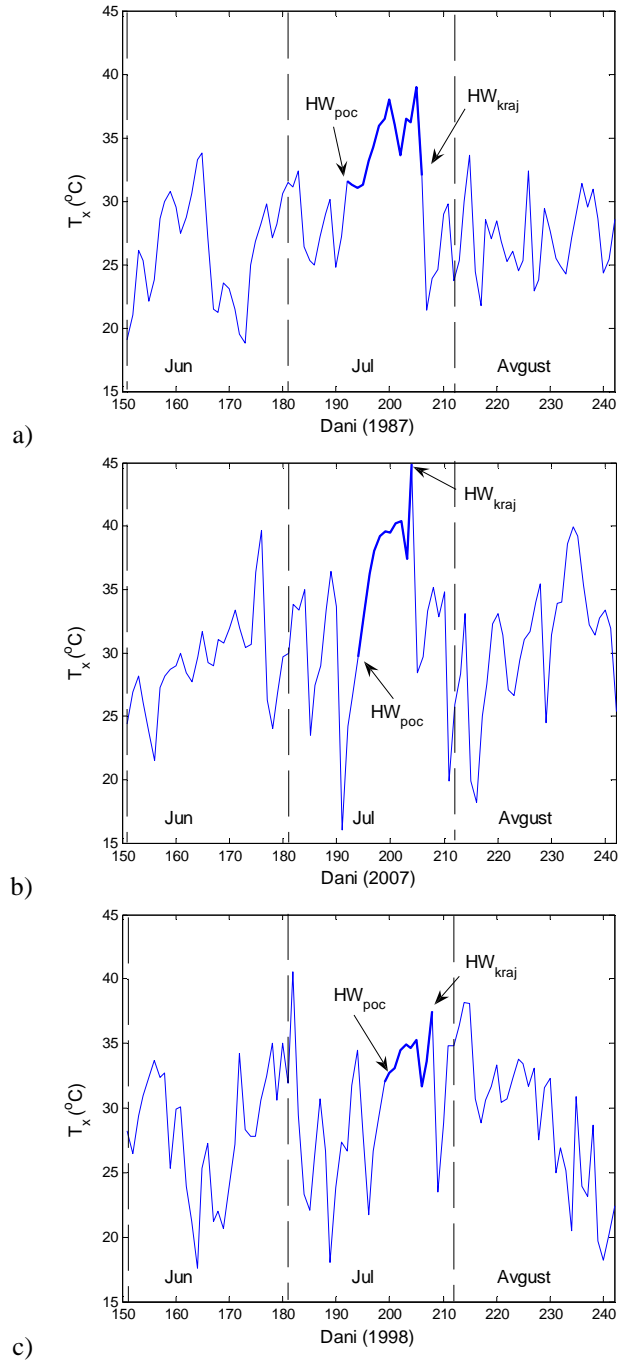
Početak, kraj i godina	trajanje (dani)	$\Sigma\Delta T_x >$ praga	maksimum T_x (°C)
14.7.-26.7.1987.	13	56.0	39.0
14.7.-24.7.2007.	11	88.4	44.9
19.7.-28.7.1998.	10	30.6	37.5
29.6.-07.7.1950.	9	47.4	38.8
24.6.-02.7.1963.	9	26.2	37.0
19.7.-27.7.2006.	9	27.6	34.4

3.5 Analiza talasa toplote u Smederevskoj Palanci 2007. godine

2.5.1 Glavne osobine talasa toplote u Smederevskoj Palanci 2007. godine

Ekstremno jak talas toplote je u julu 2007. godine zahvatio jugoistočnu Evropu, uključujući i Srbiju. Maksimalne dnevne temperature su bile između 40 i 45°C (tab. 3.1). Prema Founda i Giannakopoulos (2009), ovaj talas je zahvatio i Atinu u Grčkoj.

Najjači talas toplote (izražen preko kumulativnog viška maksimalne temperature T_x iznad određenih pragova) je zabeležen od 14. jula do 24. jula u SP sa vrednošću od 88,4°C (tab. 3.3). Najduži talas registrovan 1987. godine (sl. 3.16a), nije dostigao jačinu talasa toplote iz jula 2007. godine (sl. 3.16b), tj. $\Sigma\Delta T_x >$ određenih pragova je iznosila 56,0°C.



Slika 3.16. Najduži i najjači talasi toplote u Smederevskoj Palanci u periodu 1949-2007. god.

Treba napomenuti da je tokom leta 1998. god. zabeležen talas toplote sa trajanjem od 10 dana (od 19. do 28. jula), čija je jačina bila 30,6°C sa maksimalnom vrednošću od 37,5°C (sl. 3.16c). Kao što smo već rekli, rekordna vrednost maksimalne dnevne temperature od 44,9°C je zabeležena 24. jula 2007. godine u SP (sl. 3.16b).

Interesantno je reći da su i noćne temperature tokom talasa toplote 2007. godine bile takođe visoke. Srednja vrednost noćnih temperatura je bila viša za oko 5°C od srednje vrednosti u periodu 1961–1990. god. Takođe, anomalije najviših vrednosti noćnih temperatura tokom talasa toplote 2007. godine su bile pozitivne i najveće vrednosti od oko 8 i 10°C su zabeležene 20. i 24. jula, respektivno.

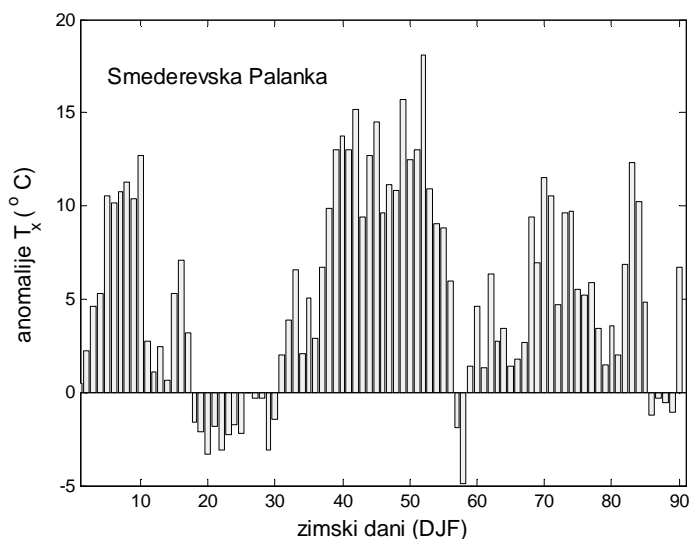
Tokom leta 2007. godine, male vrednosti padavina (17,8 mm u julu u SP, tj. 28 % od srednje vrednosti za period 1961–1990. god. koja je iznosila 63,0 mm) su registrovane u većem delu Srbije. Letnja suma padavina 2007. godine u SP je bila 113,5 mm u poređenju sa dugogodišnjim srednjakom od 199,0 mm. Bartholy i Pongrácz (2007) su ustanovili da se padavine događaju sve ređe u Karpatskom basenu tokom perioda 1946–2001. One su našle i negativnu tendenciju padavina preko 1 mm, ali i pozitivan trend dana sa veoma vlažnim danima u Beogradu. Christensen i Christensen (2003) su analizirajući A2 scenario za Evropu zaključili da je veoma verovatno da će se povećati broj veoma vlažnih dana u mnogim oblastima Evrope uprkos mogućem smanjenju srednjih letnjih padavina iznad većeg dela kontinenta.

Prethodna zima u Srbiji je bila takođe suva i topla, kao u mnogim delovima jugoistočne Evrope (Luterbacher i sar., 2007; Founda i Giannakopoulos, 2009). Anomalije maksimalnih dnevnih temperatura u SP tokom zime 2007. godine (od decembra 2006. do februara 2007. god.) u odnosu na referentni period 1961–1990. god. su predstavljene na sl. 3.17. Sa slike se vidi da su značajne pozitivne anomalije osmotrene u SP tokom zime. Najveća vrednost anomalija temperature od 18°C je zabeležena u januaru 2007. godine.

2.5.2 Uslovi opšte cirkulacije tokom leta 2007. godine

Domonkos i sar. (2003) su analizirali varijabilnost ekstremnih događaja tokom leta koristeći dnevne serije temperatura (1901–1998) sa 11 stanica u centralnoj i južnoj Evropi, uključujući dva grada u Srbiji. Oni su našli da su južna strujanja i perzistentne anticiklonske situacije pogodovale ekstremnim događajima tokom leta. Unkašević i Tošić (2009b) su ispitujući talase toplote u Beogradu i Nišu ustanovile da se najduži talasi toplote u Srbiji događaju pod

preovlađujućim anticiklonskim i južnim glavnim tipovima kataloga Hess-Brezowsky. Postoje tipične sinoptičke situacije koje prouzrokuju najviše maksimalne dnevne temperature i najjače talase toplote. Naime, 24. jula 2007. godine postojala je oblast niskog pritiska sa centrom istočno od Velike Britanije i slabo gradijentno polje iznad centralne i jugoistočne Evrope (sl. 3.18a).

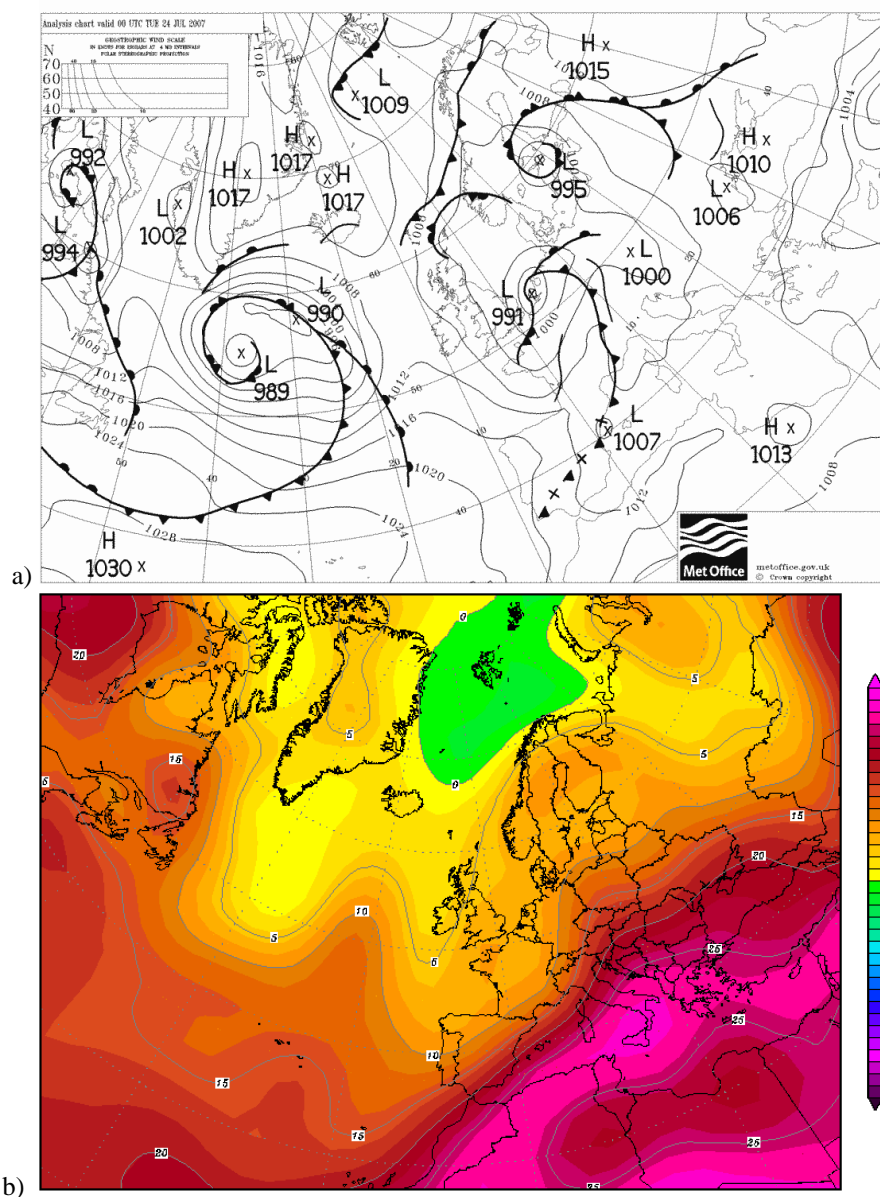


Slika 3.17. Dnevne anomalije T_x (u odnosu na referentni period 1961-1990. god.) u Smederevskoj Palanci tokom zime (decembar 2006. do februara 2007. god.).

Ovakva sinoptička situacija je pogodovala strujanju toplog i suvog vazduha iz Severne Afrike preko Mediterana ka Balkanu (sl. 3.18b). Čestice prašine su bile nošene visoko u atmosferu, pa se videlo crveno sunce (osmotrili i autori).

Sezonske (a) i julske (b) anomalije geopotencijala na 850-hPa tokom leta i jula 2007. god. iznad jugoistočne Evrope bazirane na referentnom periodu 1961–1990. god. su predstavljene na sl. 3.19. Ove anomalije su dostigle 5 i 10 gpm iznad Srbije tokom leta i jula 2007. godine, respektivno.

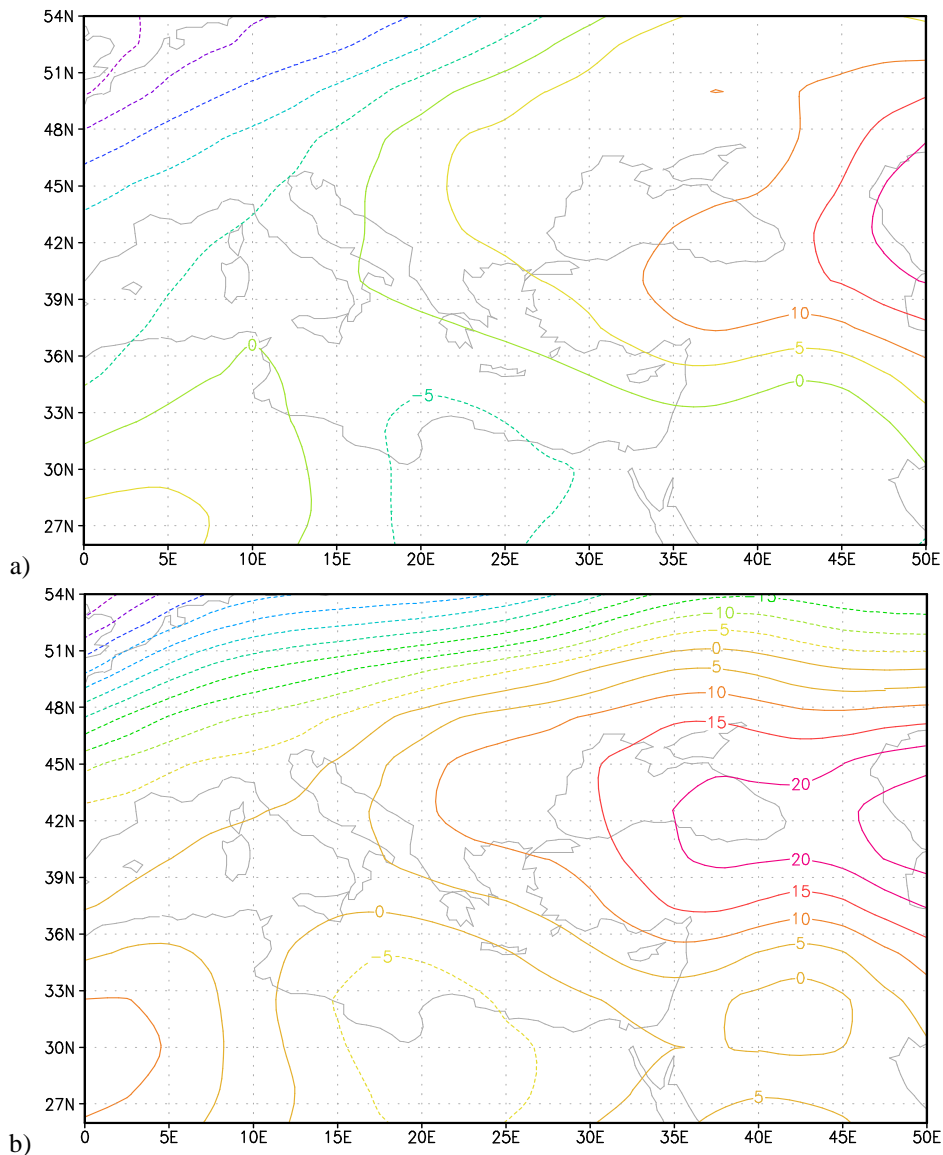
Atmosferska cirkulacija na 500-hPa (nije pokazano) je rezultovala u advekciji tople vazdušne mase iz severne Afrike preko centralnog i istočnog Mediterana ka Balkanu. Anomalije geopotencijala na 500-hPa tokom leta i jula 2007. godine (u odnosu na referentni period 1961–1990. god.) su bile veće od 35 i 40 gpm iznad Srbije, respektivno (sl. 3.20). Topla advekcija se manifestovala u temperaturnim anomalijama preko 3,5 i 4,0 °C iznad Srbije u leto i tokom jula 2007. godine, respektivno (sl. 3.13).



Slika 3.18. Sinoptička situacija 24. jula 2007. god. u 0000 UTC iznad Evrope: a) pritisak na nivou mora, b) temperatura na 850 hPa.

Anomalije vetra na 200-hPa tokom leta i jula 2007. godine iznad jugoistočne Evrope su predstavljene na sl. 3.21. Tokom leta 2007. godine,

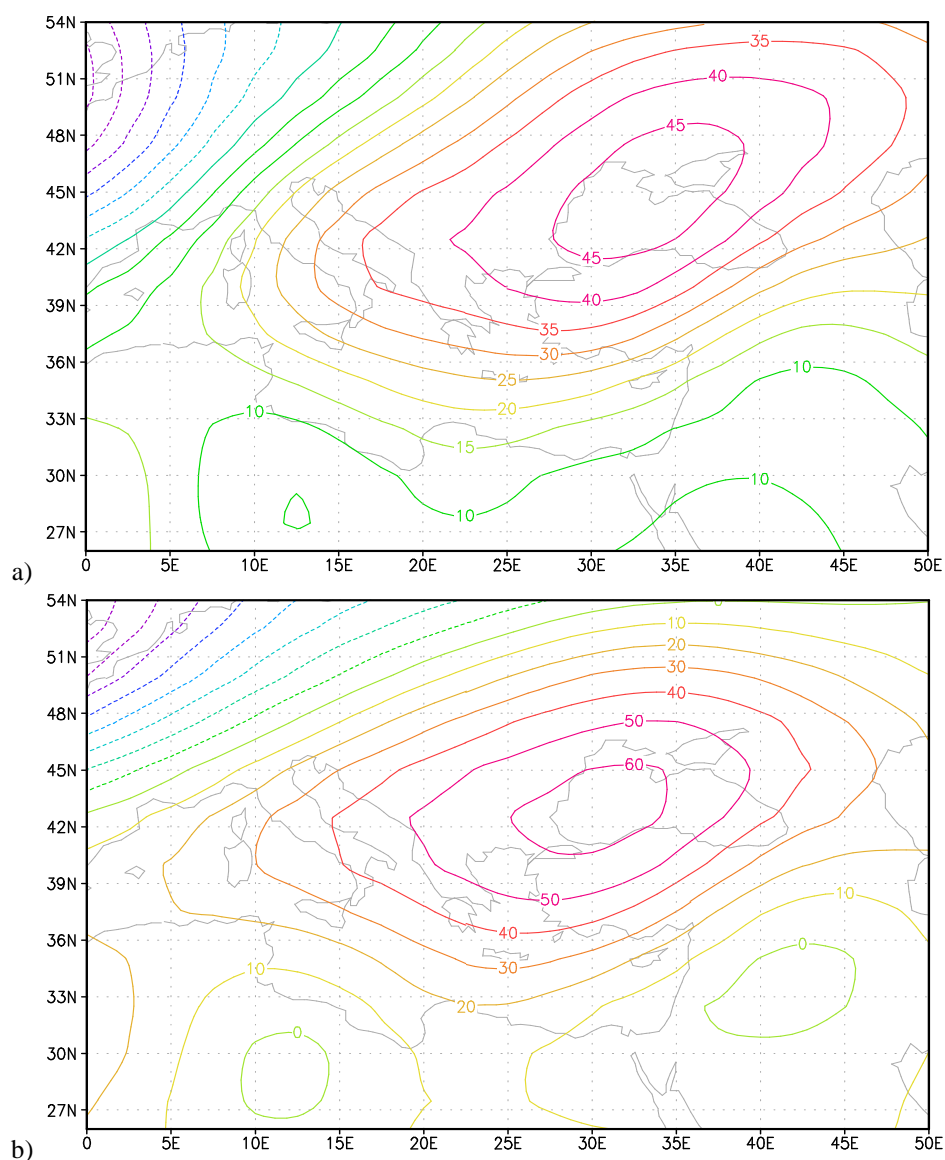
anomalije vetra na 200-hPa su dostigle 22 m/s iznad Srbije, dok su u julu 2007. godine bile još veće i iznosile 24 m/s.



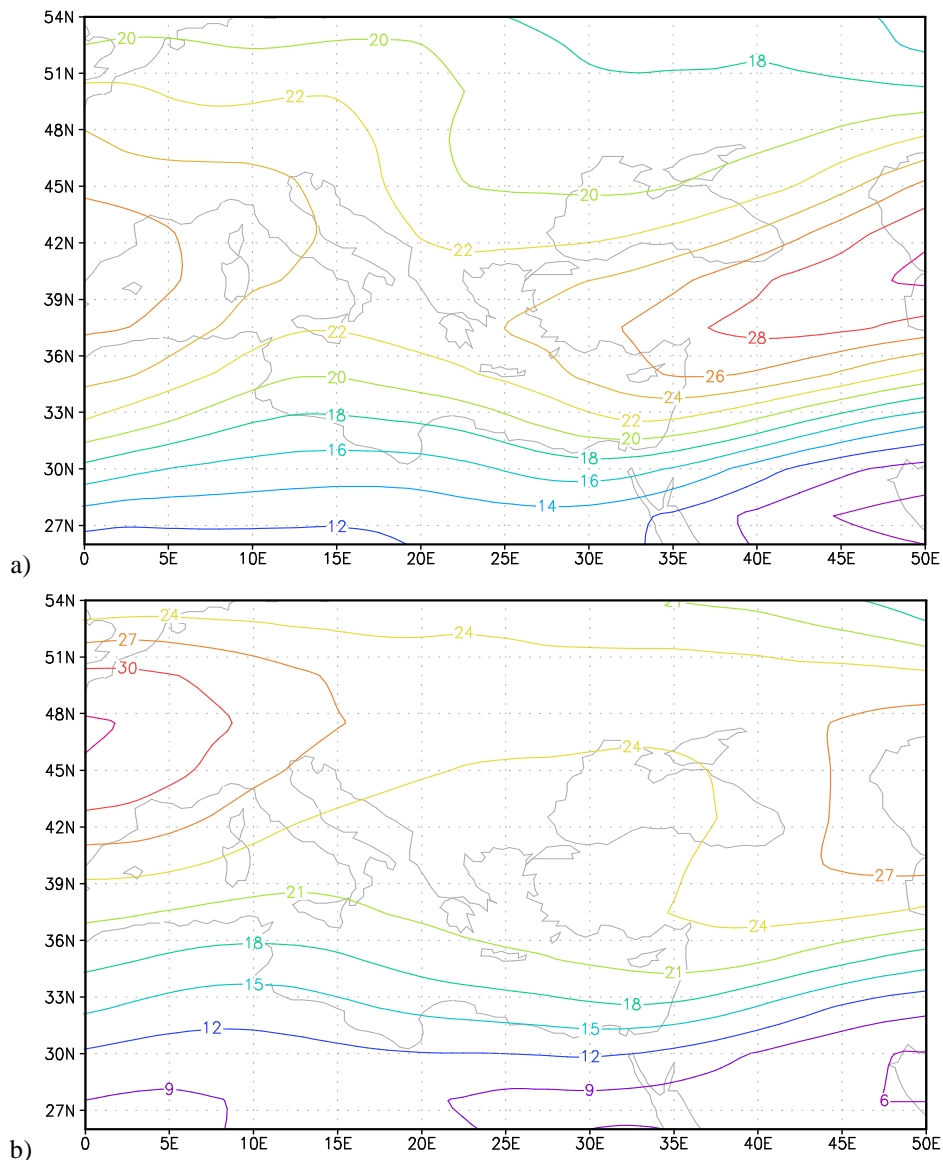
Slika 3.19. Letnje a) i julske b) anomalije geopotencijala (gpm) na 850 hPa 2007. god. u odnosu na referentni period 1961-1990. god. iznad jugoistočne Evrope.

Founda i Giannakopoulos (2009) su analizirali cirkulaciju na 200-hPa i utvrdili su položaj južne mlazne struje (SJ) severno od Grčke tokom talasa

toplote 2007. godine. Položaj SJ je povezan sa pojačanim spuštanjem vazduha u troposferu južno od SJ. Registrovane su brzine od 6,0 hPa/h (na nivou od 700-hPa) iznad Grčke 24. jula 2007. godine (kada su osmotrene rekordne vrednosti maksimalnih temperatura u Srbiji). Ovo nizlazno kretanje, koje je povećavalo temperaturu vazduha na nižim nivoima adijabatskim zagrevanjem, prouzrokovalo je najintezivniji talas toplote u Srbiji.



Slika 3.20. Kao na sl. 3.19, ali za 500 hPa.



Slika 3.21. Letnje a) i julske b) anomalije vetra (m/s) na 200 hPa 2007. god. u odnosu na referentni period 1961-1990. god. iznad jugoistočne Evrope.

Takođe, Baldi i sar. (2006) su pokazali da su tople epizode tokom leta od 1951. do 2003. godine u Mediteranu bile povezane sa prisustvom SJ lociranom severno od Alpa i anticiklonom iznad Mediterana. Usled takve situacije, postojalo je jako spuštanje i adijabatsko zagrevanje troposfere.

3.6 Zaključak

Na osnovu analize ekstremnih dnevnih temperatura u Beogradu tokom zime i leta u periodu 1888-2003. god. može se zaključiti:

- da je postojao porast osmotrenih ekstremnih temperatura zimi i leti, s tim što je porast minimalnih temperatura (naročito zimi) bio veći od maksimalnih;
- primenom GEV na minimalne zimske i maksimalne letnje temperature, odnosno GPD na minimalne dnevne temperature zimi i maksimalne dnevne temperature leti, dobijene su negativne vrednosti parametra oblika. Dijagnostički crteži i hi-kvadrat test su ukazali na valjanost primenjenih raspodela;
- uključivanje trenda i NAO indeksa kao kovarijanti u parametru položaja je doprinelo poboljšanju modela za minimalne zimske temperature

Analiza maksimalnih dnevnih letnjih temperatura od 1949. do 2007. godine je pokazala:

- da su maksimalne temperature u Srbiji zabeležene u julu 2007. godine;
- rekordna vrednost maksimalne dnevne temperature od 44,9°C je zabeležena 24. jula 2007. godine u Smederevskoj Palanci;
- najjači talas toplote je je registrovan u julu 2007. godine;
- sinoptička situacija pri kojoj je došlo do strujanja toplog i suvog vazduha iz severne Afrike ka SE Evropi i spuštanje sa adijabatskim zagrevanjem su odgovorne za ekstremno jak talas toplote sa maksimalnim temeperaturama u Srbiji u julu 2007. godine;

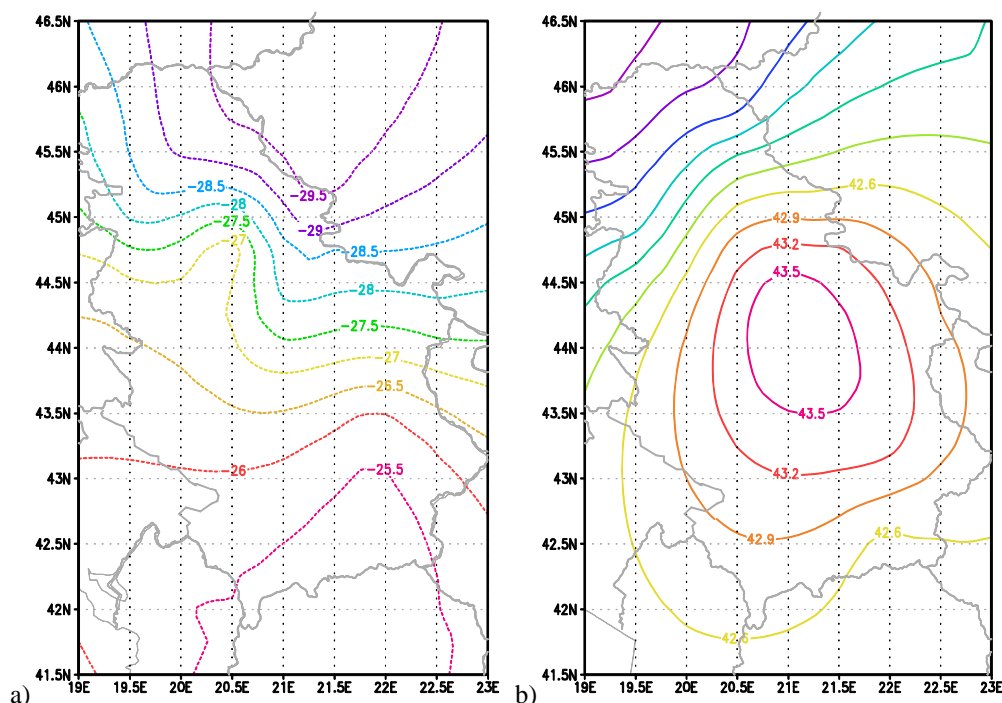
4 Prostorna raspodela temperature

U ovom poglavlju je opisana prostorna raspodela temperature u Srbiji. Prvo su prikazane klimatološke karakteristike temperature u Srbiji, zatim je primenjen metod EOF na minimalne i maksimalne temperature i na kraju su analizirani temperaturni indeksi prema Unkašević i Tošić (2013).

4.1 Klimatološke karakteristike temperature u Srbiji

Za prostornu analizu temperature u Srbiji korišćene su vrednosti minimalnih i maksimalnih dnevnih temperatura tokom perioda 1949-2009. sa petnaest stanica u Srbiji: Kikinda, Sombor, Zrenjanin, Novi Sad, Vršac, Sremska Mitrovica, Beograd, Veliko Gradište, Loznica, Smederevska Palanka, Negotin, Kragujevac, Kraljevo i Niš.

Apsolutne minimalne i maksimalne vrednosti temperature u Srbiji su predstavljene na sl. 4.1. Najniža vrednost apsolutne minimalne godišnje temperature od oko $-29,5^{\circ}\text{C}$ je registrovana u severoistočnoj Srbiji (sl. 4.1a). Niske vrednosti temperature zimi su uslovljene prodorima hladnog vazduha iz severne i istočne Evrope. Najveće vrednosti apsolutne maksimalne godišnje temperature od oko $43,5^{\circ}\text{C}$ su osmotrene u centralnim delovima Srbije, prouzrokovane kontinentalnim uticajem (sl. 4.1b).



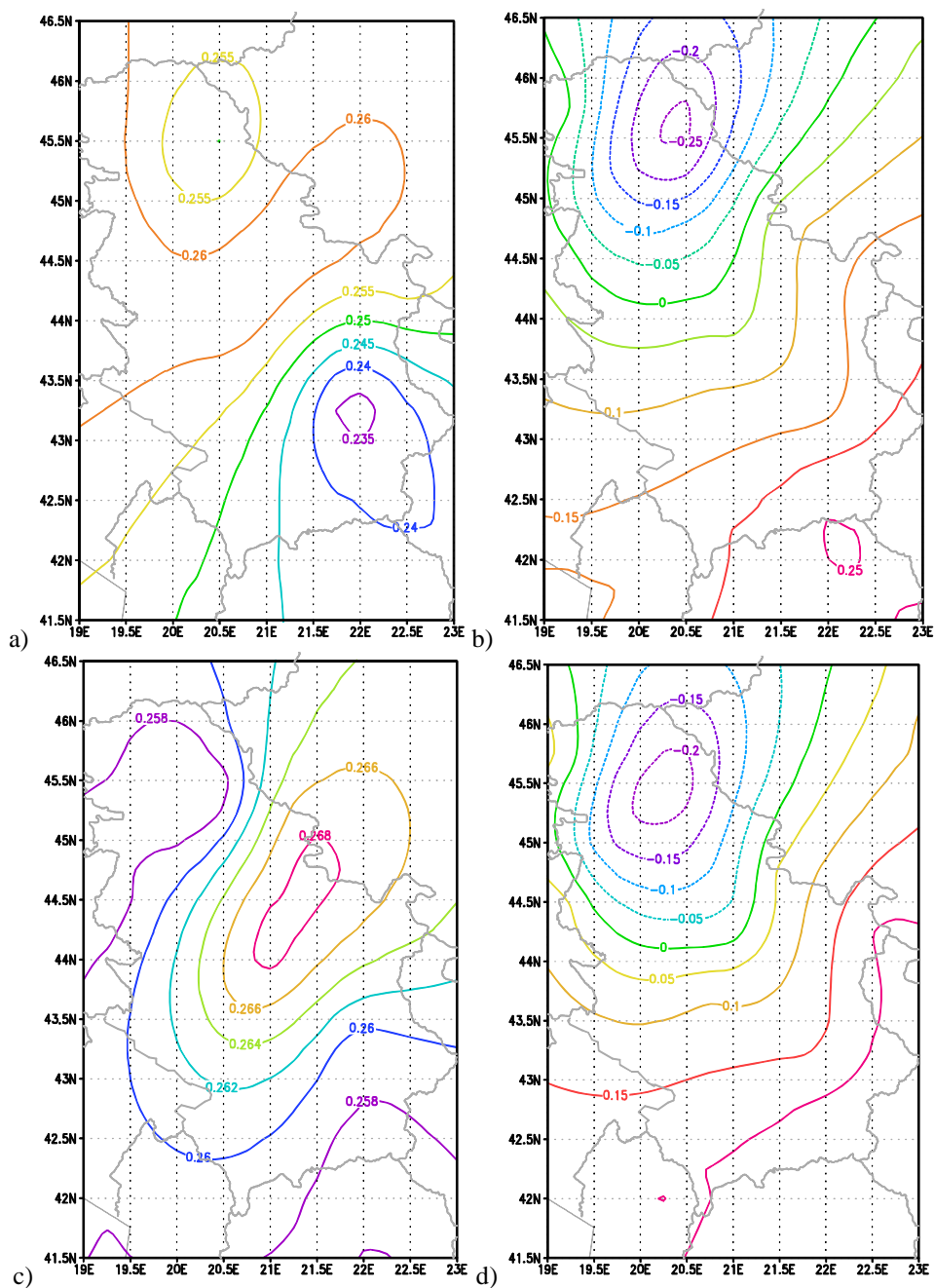
Slika 4.1. Apsolutne godišnje vrednosti minimalnih a) i maksimalnih b) temperatura ($^{\circ}\text{C}$) u Srbiji tokom perioda 1949-2009.

4.2 Primena EOF na minimalne i maksimalne temperature

Prostorna analiza minimalnih i maksimalnih vrednosti temperature po sezonama je urađena primenom metoda empirijskih ortogonalnih funkcija (EOF). Dobijeni rezultati su prikazani na sl. 4.2.

Varijansa prva tri EOFa sezonskih minimalnih (T_n _EOFs) i maksimalnih (T_x _EOFs) temperatura su prikazani u tab 4.1. Za sve četiri sezone prvi EOF minimalnih i maksimalnih temperatura ima pozitivne vrednosti i to 68,7-82,1%, odnosno 77,4%–87,1% od ukupne varijanse, respektivno. Prva dva EOFa za zimsku T_n i letnju T_x su predstavljene na sl. 4.2. Drugi EOF, koji objašnjava 7,2% (T_n zimi) i 6,9% (T_x leti), pokazuje dvopolarnu strukturu i ukazuje na uticaj orografije na temperaturni režim. Nulta linija deli razmatranu oblast na

dve oblasti: južnu (planinsku) sa pozitivnim vrednostima i severnu (ravničarsku) sa negativnim vrednostima.



Slika 4.2. Prva dva EOFa za: a, b) minimalne zimske i c, d) maksimalne letnje temperature.

Tabela 4.1. Varijansa (%) prva tri EOFa sezonskih minimalnih (Tn) i maksimalnih (Tx) temperatura.

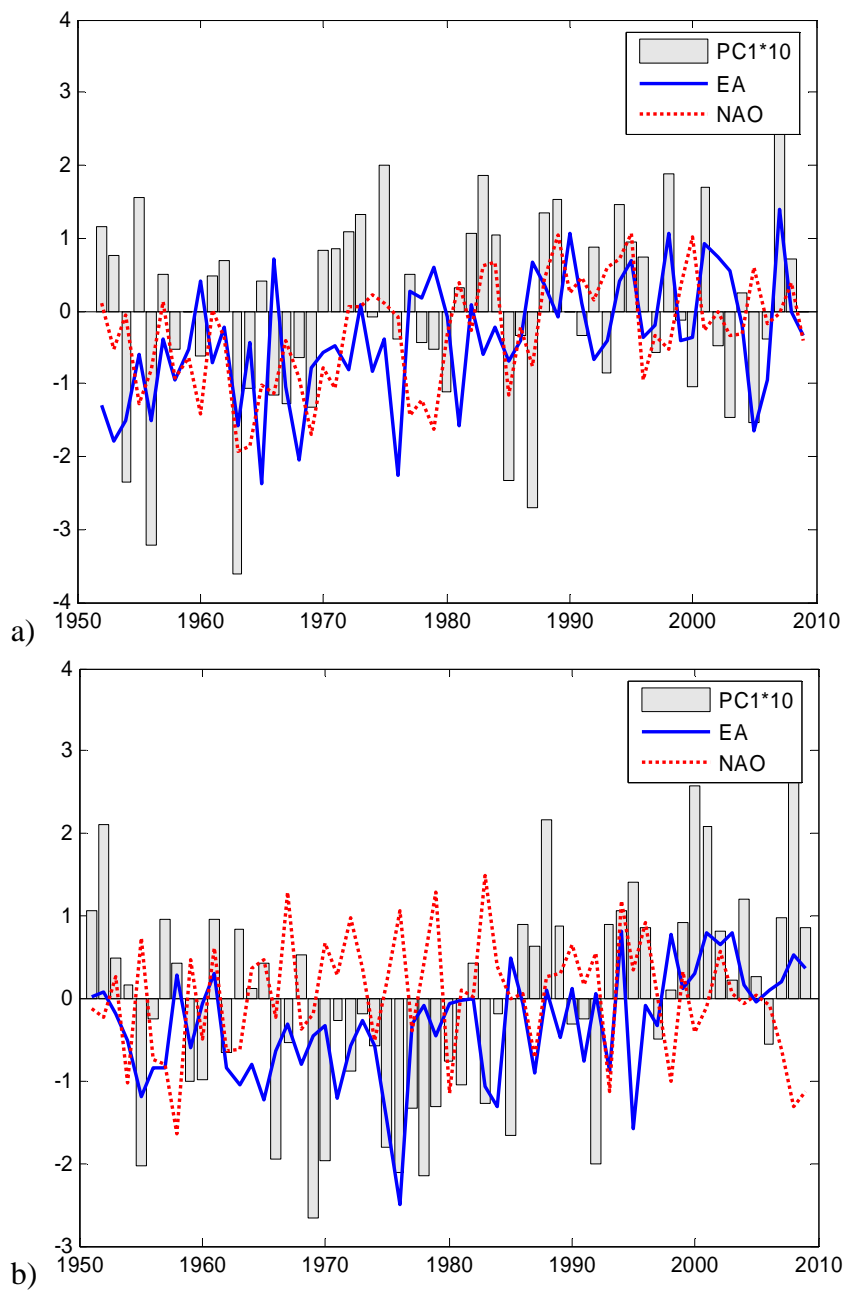
	<i>zima</i>	<i>proleće</i>	<i>leto</i>	<i>jesen</i>
Tn_EOF1	76,8	82,1	68,7	79,1
Tn_EOF2	7,2	5,2	7,3	6,0
Tn_EOF3	4,5	3,8	4,7	3,2
Tx_EOF1	77,4	87,1	78,4	86,1
Tx_EOF2	7,4	4,3	6,9	4,4
Tx_EOF3	3,1	2,0	4,5	2,8

Vemenska serija vodećeg moda (PC) od Tn i Tx se može iskoristiti za predstavljanje varijabilnosti i vezu sa poljima velikih razmera. Tabela 4.2 pokazuje koeficijent korelacije između Tn_PC, odnosno Tx_PC sa EA i NAO indeksima. Iz tab. 4.2 može se videti da je letnji Tx_PC1 pozitivno korelisan sa EA, a negativno sa NAO. Na sl. 4.3 su prikazane vremenske serije PC1 minimalnih i maksimalnih temperatura, kao i EA i NAO indeksi. Između 1965. i 1995. godine leti je preovlađivala pozitivna NAO faza, a negativna EA faza (sl. 4.3b).

Tabela 4.2. Koeficijenti korelacije između vodećih modova minimalne (Tn_PC) i maksimalne (Tx_PC) temperature i NAO i EA zimi i leti.

	<i>zima</i>		<i>leto</i>	
	NAO	EA	NAO	EA
Tn_PC1	0,382	<i>0,301</i>		
Tn_PC2			<i>-0,308</i>	
Tn_PC3				-0,357
Tx_PC1		0,422	<i>-0,322</i>	0,375
Tx_PC2	0,544			
Tx_PC3				

Koeficijenti korelacije značajni na 1% nivou značajnosti su označeni podebljanim brojevima, a na 5% nivou značajnosti su označeni iskošenim brojevima.



Slika 4.3. Vremenske serije indeksa EA, NAO i PC1 za:
a) zimske minimalne i b) letnje maksimalne temperature.

4.3. Analiza temperaturnih indeksa

Šest indeksa zasnovanih na dnevnoj temperaturi je izračunato da bi se odredio trend ekstremnih temperatura. U tab. 4.3 su sumirane rastuće (+) i opadajuće (–) tendencije za celu Srbiju tokom perioda osmatranja od 61 godine. Znak koeficijenta trenda nije direktna indikacija tendencije zagrevanja ili hlađenja. Na primer, negativan trend broja hladnih dana (Tx10) i pozitivan trend broja toplih noći (Tn90) ukazuju na zagrevanje. Zagrevanje je predstavljeno svetlo sivom, a hlađenje tamno sivom bojom.

4.3.1. Tn10 – broj hladnih noći

Tn10 predstavlja broj dana kada je Tn bila niža od desetog percentila maksimalnih dnevnih temperatura tokom referentnog perioda 1961-1990. god. Sve četiri sezone u Srbiji karakteriše negativan trend, što ukazuje na smanjenje broja hladnih noći od 3-4 dana za šezdeset-jednogodišnji period osmatranja. Tokom leta, utvrđeno je smanjenje broja hladnih noći na 11 stanica sa koeficijentom trenda koji je značajan na 5% nivou (tab. 4.3). Broj hladnih noći tokom leta u Srbiji u periodu 1949-2009. godine sa linearnom regresijom kao i EA indeks su predstavljeni na sl. 4.4a. Može se videti smanjenje broja hladnih noći tokom posmatranog perioda.

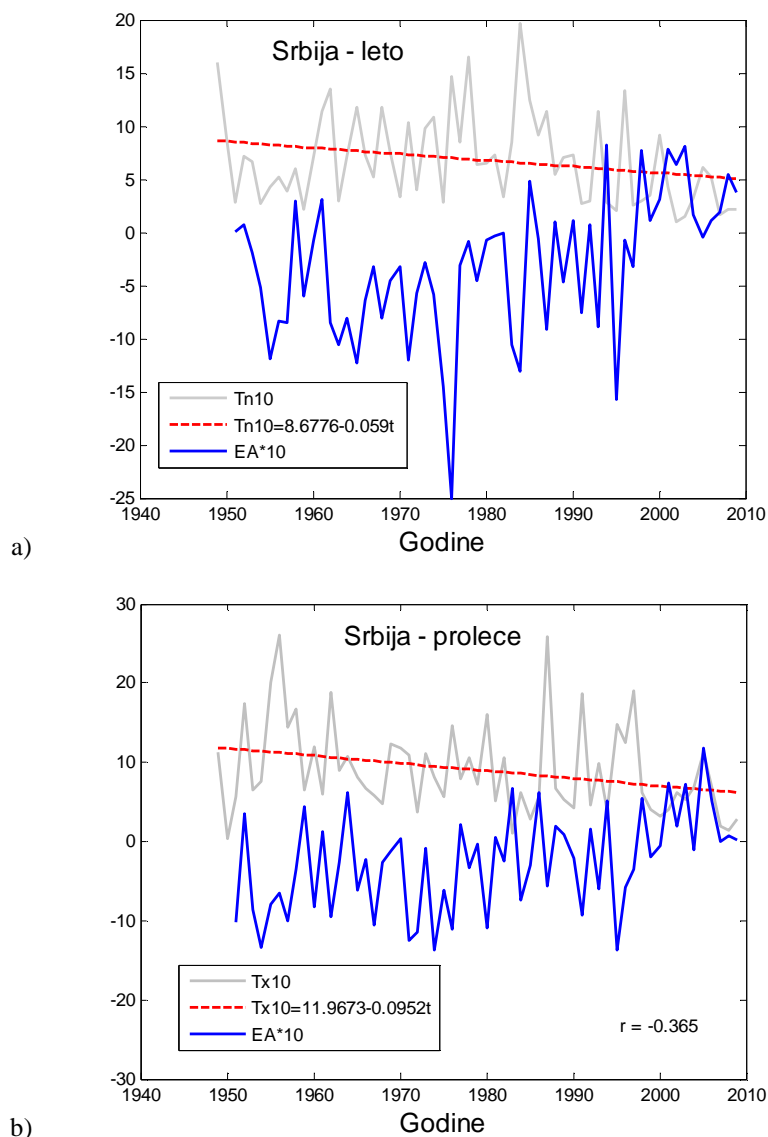
Tabela 4.3. Analiza ekstremnih temperaturnih indeksa po sezonama za 15 stanica u Srbiji u periodu 1949-2009. god.

Ekstremni indeksi		zima	proleće	leto	jesen
1.	Tn10: broj hladnih noći	(–) 2–	(–)	– 11–	(–) 2–
2.	Tx10: broj hladnih dana	(–)	– 15–	(–) 3–	(+)
3.	Tn90: broj toplih noći	(+)	(+) 1–,7+	+ 1–,11+	(+) 1–,1+
4.	Tx90: broj toplih dana	(+)	(+)	+ 11+	(+) 1+
5.	FD: broj mraznih dana	(–)	(–) 9–	/	(+)
6.	DTR: opseg ekstremnih dnevnih temperatura	(+)	(–)	(+) 3+	(+)

4.3.2. Tx10 – broj hladnih dana

Tx10 predstavlja broj dana kada je Tx bila niža od desetog percentila maksimalnih dnevnih temperatura tokom referentnog perioda. Ovaj indeks

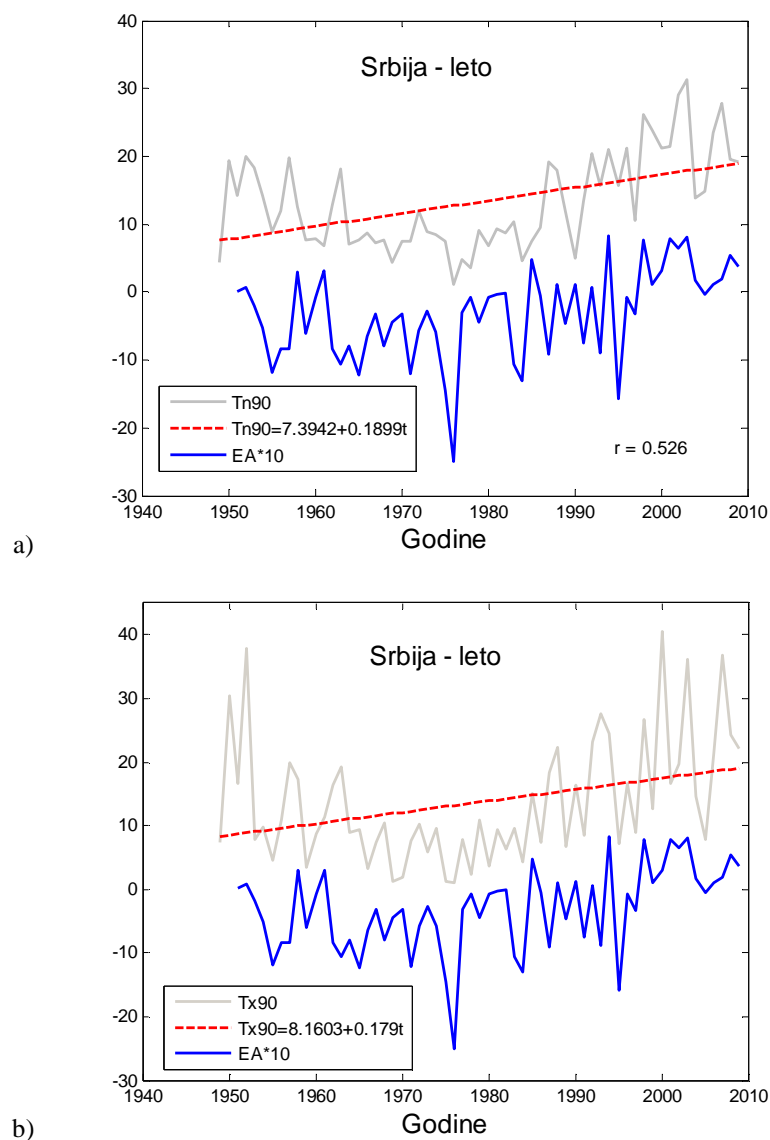
predstavlja broj veoma hladnih dana. Zimsku, prolećnu i letnju sezonu karakteriše negativan trend, što znači toplije vreme. Tokom proleća, utvrđeno je smanjenje broja hladnih dana (sl. 4.4b) u Srbiji od oko 6 dana za ceo proučavani period, sa koeficijentom trenda značajnim na 1% nivou značajnosti. Tokom jeseni, 13 stanica ima pozitivan trend hladnih dana (nije pokazano), što ukazuje na hladnije uslove. Sve ovo ukazuje da proleće postaje toplije, a jesen hladnija.



Slika 4.4. Broj dana manji od desetog percentila u Srbiji za: a) minimalne letnje (Tn10) i b) maksimalne prolećne temperature (Tx10).

4.3.3. $Tn90$ – broj toplih noći

$Tn90$ predstavlja broj dana kada je Tn bila viša od devedesetog percentila minimalnih dnevnih temperatura tokom referentnog perioda. Sve sezone pokazuju pozitivan trend (tab. 4.3), što znači veći broj toplih noći u Srbiji.



Slika 4.5. Broj dana veći od devedesetog percentila za: a) minimalne ($Tn90$) i b) maksimalne temperature ($Tx90$) leti.

Naučnici povezuju porast srednje globalne temperature sa porastom T_n , što uzrokuje porast dana sa toplim noćima. Broj dana sa toplim noćima leti je predstavljen na sl. 4.5a. Leti je ustanovljen najveći porast i to oko 12 dana za 61 godinu osmatranja. Taj porast je značajan na 1% nivou značajnosti.

4.3.4. T_{x90} – broj toplih dana

T_{x90} predstavlja broj dana kada je T_x bila viša od devedesetog percentila maksimalnih dnevnih temperatura tokom referentnog perioda. Indeksi za sve sezone pokazuju pozitivan trend. Utvrđeno je da tokom leta postoji pozitivan trend ovog indeksa na 5% nivou značajnosti. Za ceo period proučavanja, postoji porast od 11 dana (sl. 4.5b). Rezultati dobijeni na osnovu analize ovog indeksa su konzistentni sa rezultatima dobijenim za T_{n90} , kada je osmotren povećan broj toplih noći u Srbiji.

4.3.5. FD – broj mraznih dana

FD predstavlja broj dana kada je T_n bila niža od 0°C . Posmatrajući različite sezone, nisu otkriveni značajni trendovi. Tokom zime i leta su nađeni negativni trendovi mraznih dana, dok je u jesen nađen pozitivan trend. Značajni opadajući trendovi za FD su otkriveni za 9 stanica (tab. 4.3) reda od 4 do 7 dana za 61 godinu osmatranja.

4.3.6. DTR – opseg ekstremnih dnevnih temperatura

DTR predstavlja razliku između osmotrenih maksimalnih i minimalnih dnevnih temperatura. Većina stanica u Srbiji pokazuje pozitivan trend leti, a negativan u proleće. Pozitivan trend DTR značajan na 5% nivou je osmotren samo na tri stanice leti (tab. 4.3), što je verovatno uzrokovano većim porastom T_x od T_n tokom leta nakon 1975. godine (Unkašević i Tošić, 2009a). Koeficijenti pozitivnog trenda DTR su veoma mali u jesen i zimi, pa ne ukazuju na tendenciju zagrevanja i stoga su označeni belom bojom (tab. 4.3). Smanjenje DTR u proleće je verovatno povezano sa porastom minimalne temperature, kako su našli i autori za druge oblasti Evrope (Karl i sar. 1993; Brázdil i sar. 1996; Heino i sar. 1999).

4.3.7. Povezanost ekstremnih indeksa temperature sa cirkulacijom velikih razmera

U ovom odeljku ispitaćemo povezanost temperaturnih indeksa sa Istočno-Atlantskim obtascem (EA) tokom zime, proleća i leta, kao i sa obrascem Istočni-Atlantik/Zapadna Rusija (EA-WR) tokom jeseni. Svi temperaturni indeksi su korelisani sa EA indeksom na 5% nivou značajnosti tokom zime (tab. 4.4). Negativna faza EA prouzrokuje više hladnih noći i mraznih dana. Hladne noći,

hladni dani i DTR su negativno korelisani sa NAO indeksom, reflektujući povezanost sa izuzetno toplim uslovima iznad južne Evrope (nije pokazano).

Tokom leta postoji negativna korelacija između indeksa EA i Tn10, odnosno Tx10, a pozitivna sa Tn90 i Tx90 (tab. 4.4). Vreme koje donosi topao i suv vazduh iz severne Afrike na Balkan (Unkašević i Tošić, 2009b) je glavni razlog porasta broja toplih dana i noći. Ovakva sinoptička situacija je uzrokovala rekordne vrednosti maksimalne dnevne temperature u Srbiji tokom leta 2007. godine (Unkašević i Tošić, 2011). Slični rezultati su dobijeni za korelaciju između indeksa EA sa Tx10, Tn90 i Tx90 tokom proleća. Pozitivna korelacija Tn10 i FD, kao i negativna između Tn90 sa EA-WR je dobijena tokom jeseni, što je prouzrokovano prodorom hladnog vazduha iz zapadne Rusije na Balkan.

Tabela 4.4. Sezonski koeficijenti korelacije između ekstremnih temperaturnih indeksa i EA indeksa zimi, u proleće i leti, kao i EA-WR indeksa tokom jeseni

<i>Indeksi</i>	<i>zima</i>	<i>proleće</i>	<i>leto</i>	<i>jesen</i>
Tn10	-0.316	/	-0.349	0.544
Tx10	-0.357	-0.365	-0.460	/
Tn90	0.441	0.512	0.526	-0.351
Tx90	0.535	0.391	0.526	/
FD	-0.422	/		0.308
DTR	-0.294	/	0.274	/

Koeficijenti korelacije značajni na 1% nivou značajnosti su označeni podebljanim brojevima, a na 5% nivou značajnosti su označeni iskošenim brojevima.

4.4 Zaključak

Analizirani su temperaturni indeksi za teritoriju Srbije koristeći dnevne vrednosti ekstremnih temperatura za 15 stanica u periodu 1949-2009. god. Slično globalnim i trendovima u Evropi (Frich i sar. 2002; Klein Tank i sar. 2002; Kostopoulou i Jones, 2005; Bartoly i Pongrácz, 2007), dobijeni rezultati ukazuju da klima u Srbiji postaje toplija u poslednjih 60-tak godina. Pozitivni trendovi su dobijeni za sve indekse osim za Tx10 i FD u jesen. Najveći porast, sa vrednošću preko jednog dana po dekadi, je zabeležen u broju toplih dana i noći (Tx90 i Tn90) leti. Slično našim rezultatima, značajan porast Tx90 i Tn90 su našli Kostopoulou i Jones (2005) i Rodríguez-Puebla i sar. (2010). Negativan trend Tx10 tokom leta i porast broja mraznih dana tokom jeseni u istočnom Mediteranu su dobili i Kostopoulou i Jones (2005).

Da bi se ispitala povezanost temperaturnih indeksa sa atmosferskom cirkulacijom, analizirana je korelacija sa indeksima EA i EA-WR. Nađeno je da su Tn90 i Tx90 značajno pozitivno korelisani sa EA indeksom tokom zime, leti i u proleće, dok su Tx10 i Tn10 negativno korelisani. Tn10 verovatno opada zbog tendencije ka pozitivnoj fazi EA. Utvrđeno je postojanje negativne korelacije Tn10 i Tn090 sa EA-WR u jesen.

Sezonska varijabilnost je ispitana primenjujući EOF na minimalne i maksimalne temperature u Srbiji. Utvrđeno je da NAO ima znatan uticaj na varijabilnost temperature u Srbiji tokom zime i leta.

5 Talasi toplote

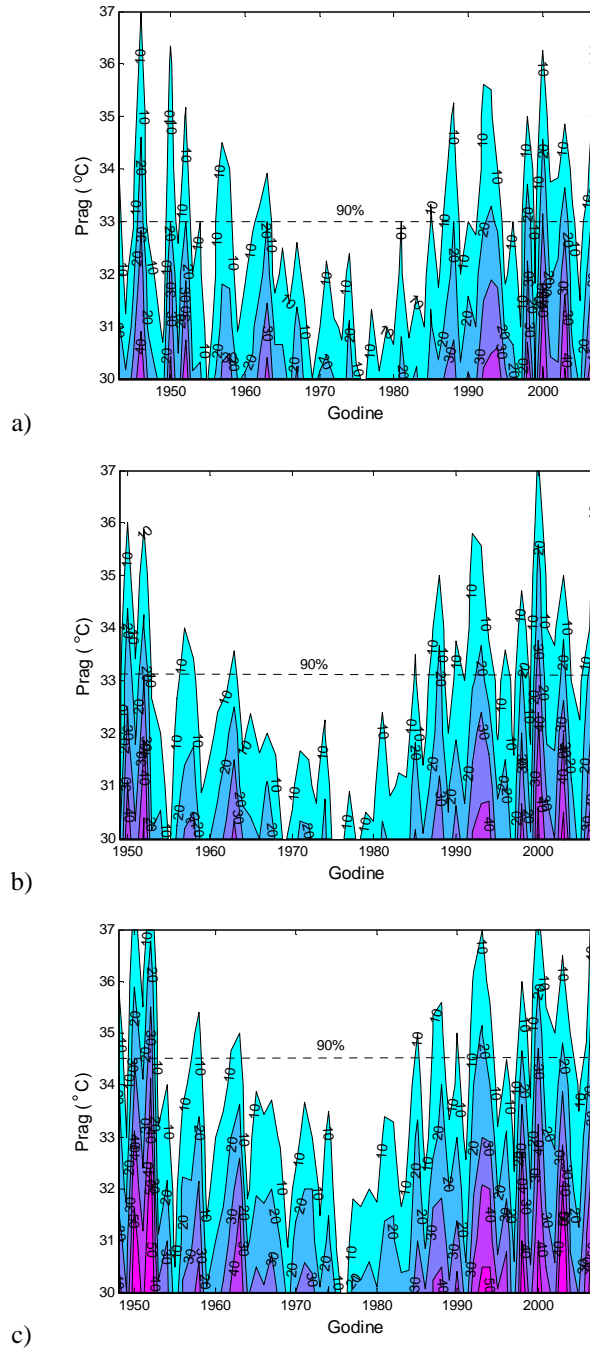
U ovom poglavlju su analizirane ekstremne temperature i talasi toplote u Beogradu, Smederevskoj Palanci i Nišu prema Unkašević i Tošić (2009b). Primenjeni su ARMA modeli i GPD model na maksimalne dnevne temperature u Srbiji.

5.1 Ekstremno visoke temperature u Srbiji

Kao što smo već rekli u trećem poglavlju, najviše temperature od kada postoje merenja su osmotrene 2007. godine u Beogradu, Smederevskoj Palanci i Nišu (tab. 5.1). Temperature su dostigle vrednosti od 43,6°C, 44,9°C i 44,2°C, respektivno. Pre 2007. godine, najveće vrednosti temperature su osmotrene 2000. godine na sve tri stanice: u Beogradu (40,5°C), Smederevskoj Palanci (42,1°C) i Nišu (42,5°C). Ove temperature nisu bile praćene najdužim trajanjem talasa toplote (5 dana u Beogradu i Smederevskoj Palanci i 7 dana u Nišu), te nisu dostigle jačinu talasa iz 2007. godine.

Broj dana sa maksimalnom dnevnom temperaturom, koje su prevazilazile vrednosti od 30 do 37°C (u intervalima od 1°C) za Beograd, Smederevsku Palanku i Niš, je predstavljen na sl. 5.1. Može se videti porast broja dana, kada je temperatura bila veća od 30°C, nakon 1975. godine na svim stanicama. Taj broj dana je veći u Nišu (2132) nego u Beogradu (1741) i Smederevskoj Palanci (1569), kao posledica veće kontinentalnosti klime u Nišu. Izračunato je da je ukupan broj dana kada je temperatura bila viša od 30°C i 90-og percentila u poslednjoj dekadi (1998-2007.) veća nego u prvoj dekadi (1949-1958.) na svim stanicama (tab. 5.2). Broj dana sa maksimalnom temperaturom većom od 90-tog percentila je porasla od 9,1% u Nišu do 12,3% u Beogradu u poslednjoj dekadi u poređenju sa prvom.

Dobijeni rezultati su u saglasnosti sa rezultatima dobijenim za sto stanica širom Evrope (ECSN, 1995), kao i rezultatima koje su Founda i sar. (2004) dobili za Grčku.



Slika 5.1. Broj dana u godini kada je maksimalna dnevna temperatura bila iznad praga za: a) Beograd, b) Smederevsku Palanku i c) Niš.

Tabela 5.1. Najduži i najjači talasi toplote (mereni preko kumulativnog viška T_x iznad određenog praga) i najveća vrednost T_x u: Beogradu, Smederevskoj Palanci i Nišu.

a) Beograd (1946-2007. god., prag je 31,6°C)

Početak, kraj i godina	Trajanje (dani)	$\Sigma\Delta T_x > 31,6^\circ\text{C}$	maksimum T_x ($^\circ\text{C}$)
25.7.-11.8.1994.	18	40,0	38,9
15.7.-25.7.1987.	11	35,1	37,0
06.6.-15.6.2003.	10	15,2	35,1
20.7.-29.7.2006.	10	18,7	34,6
15.7.-24.7.2007.	10	67,3	43,6

b) Smederevska Palanka (1949 – 2007. god., prag je 31,5°C).

Početak, kraj i godina	Trajanje (dani)	$\Sigma\Delta T_x > 31,5^\circ\text{C}$	maksimum T_x ($^\circ\text{C}$)
02.8.-17.8.1952.	16	65,4	39,6
10.8.-23.8.2000.	14	55,3	40,0
16.7.-26.7.1987.	11	34,2	39,0
19.7.-28.7.1998.	10	16,7	37,5
06.6.-15.6.2003.	10	12,5	34,5
20.7.-29.7.2006.	10	20,9	35,0
15.7.-24.7.2007.	10	70,0	44,9

c) Niš (1948 – 2007. god., prag je 32,5°C).

Početak, kraj i godina	Trajanje (dani)	$\Sigma\Delta T_x > 32,5^\circ\text{C}$	maksimum T_x ($^\circ\text{C}$)
02.8.-22.8.1952	21	100,3	42,2
10.8.-24.8.2000	15	52,1	40,0
13.7.-26.7.1987	14	48,2	42,3
20.7.-30.7.2006	11	18,5	36,0
02.8.-11.8.1951	10	32,9	41,6
07.8.-16.8.1998	10	18,1	35,7
15.7.-24.7.2007	10	76,2	44,2

Tabela 5.2. Broj dana sa temperaturom iznad 30°C i 90-tog percentila za periode: 1949–1958. i 1998–2007. u: Beogradu, Smederevskoj Palanci (SP) i Nišu.

Prag	period	Beograd	SP	Niš
30°C	1949-1958.	15,6	18,5	17,1
	1998-2007.	21,0	24,0	20,4
90-ti percentil	1949-1958.	16,3	22,0	22,9
	1998-2007.	28,6	32,5	32,0

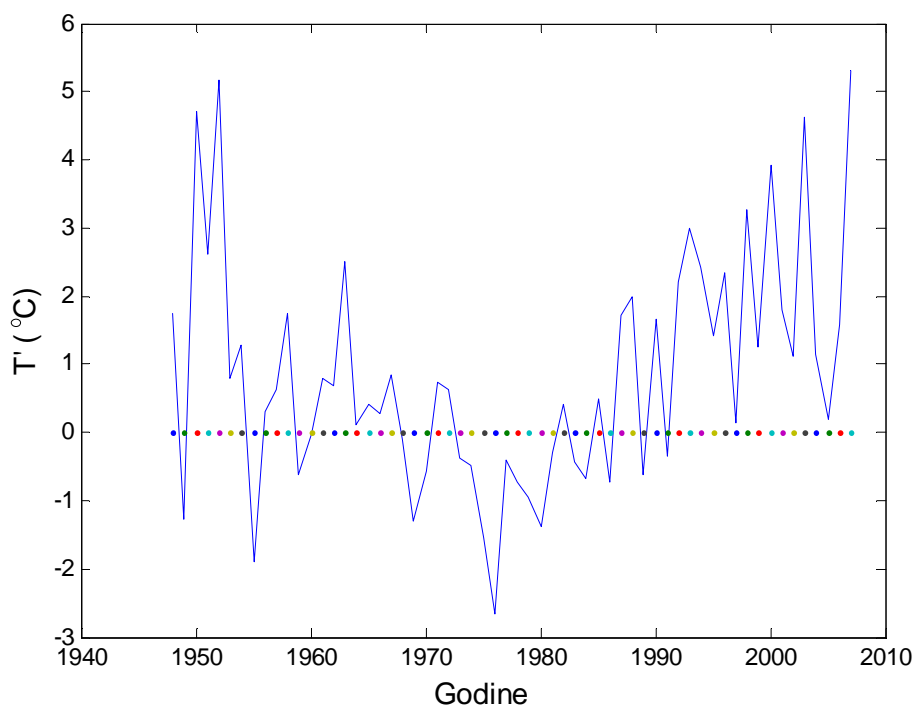
5.2 Ekstremni talasi toplote u Srbiji

Da bi se opisali talase toplote, posmatraće se trajanje, kumulativni višak T_x iznad određenog praga tokom talasa toplote i maksimalna vrednost temperature tokom talasa toplote. Prema Kyselý (2000), kumulativni višak T_x iznad određenog praga je verovatno najpogodnija veličina koja karakteriše jačinu talasa toplote. Period od tri letnja meseca jun-jul-avgust je izabran jer se talasi toplote najčešće događaju tokom ova tri meseca.

Najduži talas toplote u Beogradu (tab. 5.1a) je zabeležen 1994. godine (trajao je 18 dana). Zatim sledi talas toplote registrovan 1987. godine (11 dana) i 2003., 2006. i 2007. godine sa trajanjem od 10 dana. Najduži talas toplote sa trajanjem od 16 i 21 dan su osmotreni u Smederevskoj Palanci i Nišu 1952. godine, respektivno (tab. 5.1b,c). Sledeći po dužini trajanja su talasi toplote registrovani 2000. godine (14 dana u Smederevskoj Palanci i 15 dana u Nišu) i 1987. godine (11 dana u Smederevskoj Palanci i 14 dana u Nišu, tab. 5.1b,c). Idući ka jugu, trajanje talasa postaje duže (tab. 5.1c). Talas toplote koji je trajao 11 dana je registrovan u Nišu 2006. godine, dok je talas sa trajanjem od 10 dana osmotren 1998., 2003., 2006. i 2007. godine (Smederevska Palanka) i 1951., 1998. i 2007. godine (Niš).

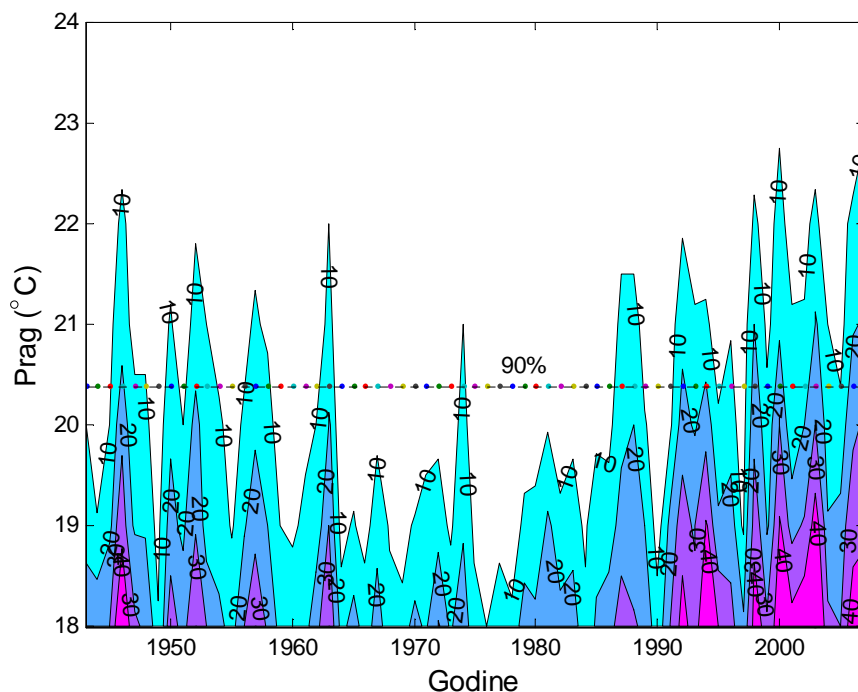
Najjači talas toplote (meren preko kumulativnog viška T_x iznad određenog praga) je bio 2007. u Beogradu (67,3°C, tab. 5.1a) i u Smederevskoj Palanci (70,0°C, tab. 5.1b), dok je 1952. godine zabeležen u Nišu (100,3°C, tab. 5.1c).

Srednje maksimalne mesečne letnje temperature izražene kao anomalije (T') od dugogodišnje srednje vrednosti za period 1961–1990. god. u Nišu pokazane su na sl. 5.2. Većina najtoplijih leta u Srbiji (izražena preko T') tokom perioda ispitivanja se dogodila u periodu 1950-1952. i posle 1991. godine. Ovi periodi se poklapaju sa periodima kada je broj dana sa maksimalnom temperaturom bio iznad praga (sl. 5.1c), kao i sa rezultatima koje je Kyselý (2002) dobio za Češku Republiku.



Slika 5.2. Anomalije srednje letnje temperature (T') od srednje vrednosti za period 1961-1990. u Nišu.

Veoma je važno za zdravlje ljudi znati kolike su vrednosti minimalnih dnevnih temperatura leti. Zbog toga su prikazane frekvencije dana u godini kada su minimalne dnevne temperature bile iznad praga od 18 do 24°C (u intervalima od 1°C) za Beograd (sl. 5.3). Sa sl. 5.3 se može videti porast broja dana sa minimalnim temperaturama većim od svih izabranih pragova tokom poslednje dekade (1998-2007). Izračunato je da je ukupan broj dana sa temperaturom većom od 90-tog percentila (20,4°C) tokom poslednje dekade bio 196 dana, a 606 dana tokom celog perioda. To znači da se 32,3% od svih dana sa minimalnom temperaturom koja prevazilazi 20,4°C za 65-to godišnji period dogodio tokom poslednjih deset godina.



Slika 5.3. Broj dana u godini kada je minimalna dnevna temperatura bila iznad praga u Beogradu.

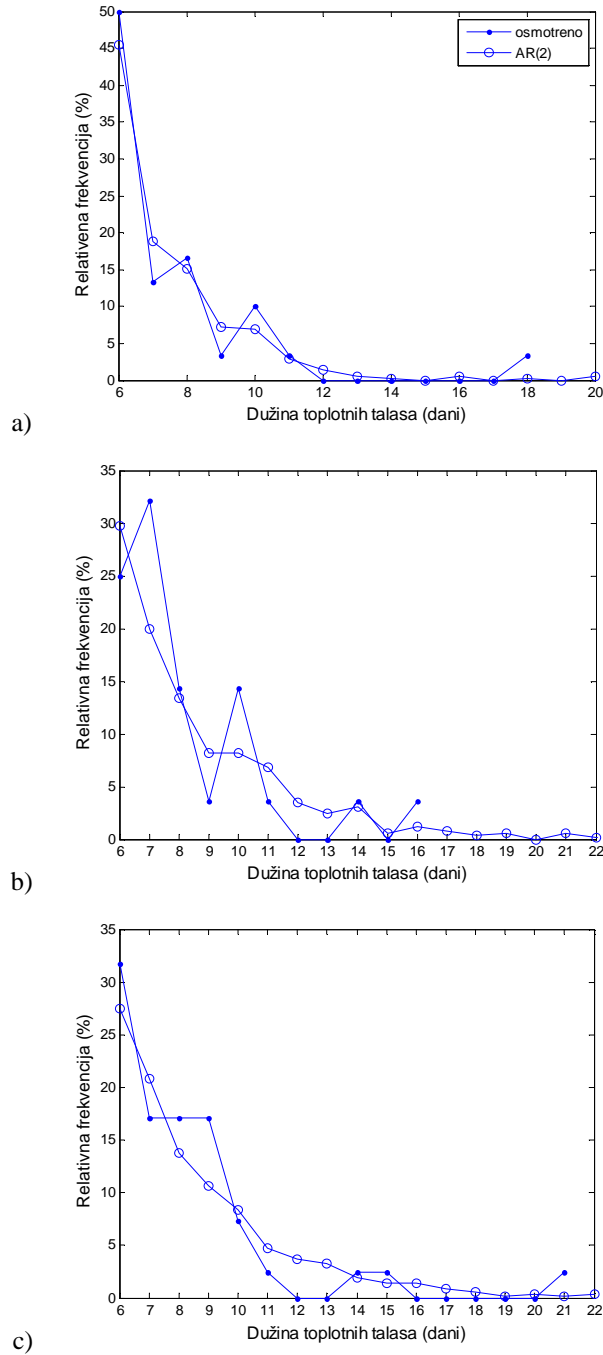
5.3 Primena ARMA modela na temperature

Simulirane frekvencije talasa toplote su određene iz vremenskih serija dugih 3000 godina. Da bi se odredio ARMA model koji najbolje opisuje frekvenciju talasa, različite kombinacije reda p i q su primenjene na vremenske serije temperatura, koristeći AIC i FPE kriterijume. Utvrđeno je da ARMA modeli reprodukuju srednju vrednost, varijansu i koeficijente autokorelacije u saglasnosti sa osmatranjima. Prema AIC i FPE kriterijumima, male su razlike među modelima, ali je ARMA(1,2) model najbolji, jer daje najmanje vrednosti ovih veličina (tab. 5.3). Međutim, AR(2) model najbolje reprodukuje raspodelu dužina talasa toplote za Beograd, Smederevsku Palanku i Niš (sl. 5.4). Procenat broja talasa toplote je dobro simuliran za sve stanice. AR (2) model podcenjuje procenat broja talasa koji traju 6 dana u Beogradu (sl. 5.4a), 7 i 10 dana u Smederevskoj Palanci (sl. 5.4b), kao i 8 i 9 dana u Nišu (sl. 5.4c).

Tabela 5.3. Ocene parametara ARMA modela ($\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{b}_1, \hat{b}_2$), varijanse (σ_w^2), Akaikeov Informacioni Kriterijum (AIC) i Akaikeova greška (Final Prediction Error, FPE) za: Beograd (Bgd), Smederevsku Palanku (SP) i Niš.

Stanica	\hat{a}_1	\hat{a}_2	\hat{b}_1	\hat{b}_2	σ_w^2	AIC	FPE
Bgd-AR1	0,6925				0,5201	-0,6534	0,5202
Bgd-AR2	0,7532	-0,0875			0,5160	-0,6608	0,5164
Bgd-ARMA11	0,6338		0,1579		0,5158	-0,6610	0,5163
Bgd-ARMA12	0,7063		0,0764	-0,0829	0,5142	-0,6635	0,5150
Bgd-ARMA21	0,4134	0,1613	0,3760		0,5150	-0,6620	0,5158
SP-AR1	0,6898				0,5240	-0,6458	0,5242
SP-AR2	0,7432	-0,0773			0,5209	-0,6513	0,5214
SP -ARMA11	0,6508	0,1414			0,5214	-0,6504	0,5219
SP -ARMA12	0,7174		0,0649	-0,0753	0,5202	-0,6524	0,5208
SP -ARMA21	0,4856	0,1224	0,3050		0,5210	-0,6508	0,5216
Niš-AR1	0,6904				0,5233	-0,6472	0,5235
Niš-AR2	0,7509	-0,0877			0,5193	-0,6544	0,5197
Niš -ARMA11	0,6438	0,1550			0,5196	-0,6540	0,5199
Niš -ARMA12	0,7221		0,0632	-0,0858	0,5182	-0,6561	0,5189
Niš -ARMA21	0,5128	0,0978	0,2839		0,5191	-0,6543	0,5198

Verovatnoća povratnih procesa dugih talasa toplote je ocenjena iz vremeskih serija T_x dugih 3000 godina generisanih ARMA modelima. Povratni periodi talasa toplote koji traju 6, 11, 16 i 21 dan su pokazani u tab. 5.4. Može se videti da AR (2) model daje približnije vrednosti povratnih perioda osmatranjima (podebljani brojevi) od ostalih modela na svim stanicama. Na primer, povratni period talasa toplote koji je trajao 16 dana za Smederevsku Palanku je oko 67 godina prema osmatranjima, a 35 i 19 godina prema AR(2) i ARMA(1,2) simulacijama, respektivno. Za duže talase toplote, svi ARMA modeli precenjuju povratne periode.



Slika 5.4. Raspodela simuliranih i osmotrenih dužina talasa toplote u: a) Beogradu, b) Smederevskoj Palanci i c) Nišu.

Tabela 5.4. Povratni periodi (godina) talasa toplote koji traju 6, 11, 16 i 21 dan za: Beograd (Bgd), Smederevsku Palanku (SP) i Niš.

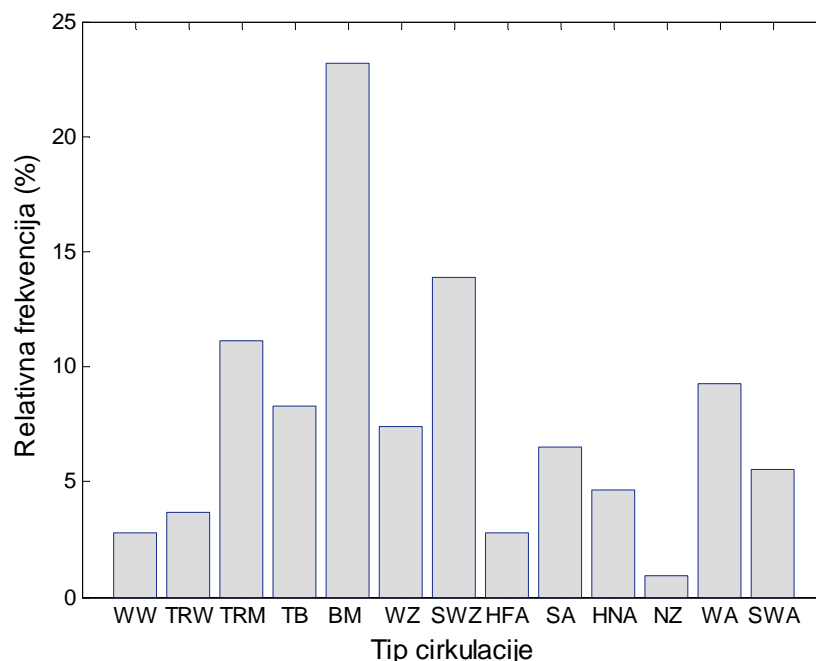
Stanica	6 dana	11 dana	16 dana	21 dan
Simulirani (Bgd-AR1)	0,4	3,8	26,2	/
Simulirani (Bgd-AR2)	0,4	4,4	43,5	/
Simulirani (Bgd-ARMA11)	0,4	5,3	40,2	/
Simulirani (Bgd-ARMA12)	0,4	3,5	23,3	/
Simulirani (Bgd-ARMA21)	0,4	3,9	28,8	/
Osmotreni (Bgd)	0,9	26,1	75,8	/
Simulirani (SP-AR1)	0,4	3,7	24,1	/
Simulirani (SP-AR2)	0,4	4,7	35,1	/
Simulirani (SP-ARMA11)	0,4	4,0	26,7	/
Simulirani (SP-ARMA12)	0,4	3,4	19,0	/
Simulirani (SP-ARMA21)	0,4	3,1	26,5	/
Osmotreni (SP)	0,9	15,3	66,6	/
Simulirani (Niš-AR1)	0,4	3,6	22,8	94,4
Simulirani (Niš-AR2)	0,4	3,7	35,7	146,8
Simulirani (Niš-ARMA11)	0,4	3,4	28,2	141,5
Simulirani (Niš-ARMA12)	0,4	3,2	21,3	120,2
Simulirani (Niš-ARMA21)	0,4	3,3	21,6	163,8
Osmotreni (Niš)	0,6	12,2	70,8	92,9

5.4 Uslovljenost talasa toplote atmosferskom cirkulacijom

Dugi talasi toplote koji su trajali više od 10 dana osmotreni su u leto 1951-1952., 1987-1998. i 2000-2007. Rekordno trajanje tropskih dana (kada je temperatura bila veća od 30°C) je zabeleženo 1952., 1994. i 2003. godine.

Veza između najdužih talasa toplote (koji su trajali duže od deset dana) i uslova opšte cirkulacije atmosfere je analizirana koristeći subjektivan katalog opšte cirkulacije Hess-Brezowsky (Grossweterlagen, GWL; Hess i Brezowsky, 1952; Gerstengarbe i sar., 1999). Hess-Brezowsky katalog opisuje atmosfersko strujanje iznad većeg dela Evrope. Često se primenjuje u ispitivanjima povezanosti tipova cirkulacije i prizemnih klimatskih elemenata iznad različitih delova Evrope (Domonkos i sar., 2003; Kyselý i Domonkos, 2006). Ova klasifikacija prepoznaje tri grupe cirkulacije (zonalnu, skoro-meridionalnu i meridionalnu) podeljenu u deset glavnih tipova i 29 podtipova. Ma koji tip cirkulacije (GWL) postoji barem nekoliko dana. Najduži talasi toplote se događaju pod određenim uslovima cirkulacije (sl. 5.5). Centralno-evropski greben (BM), zapadni i severni anticiklonalni tipovi iznad Evrope (WA, HNA i

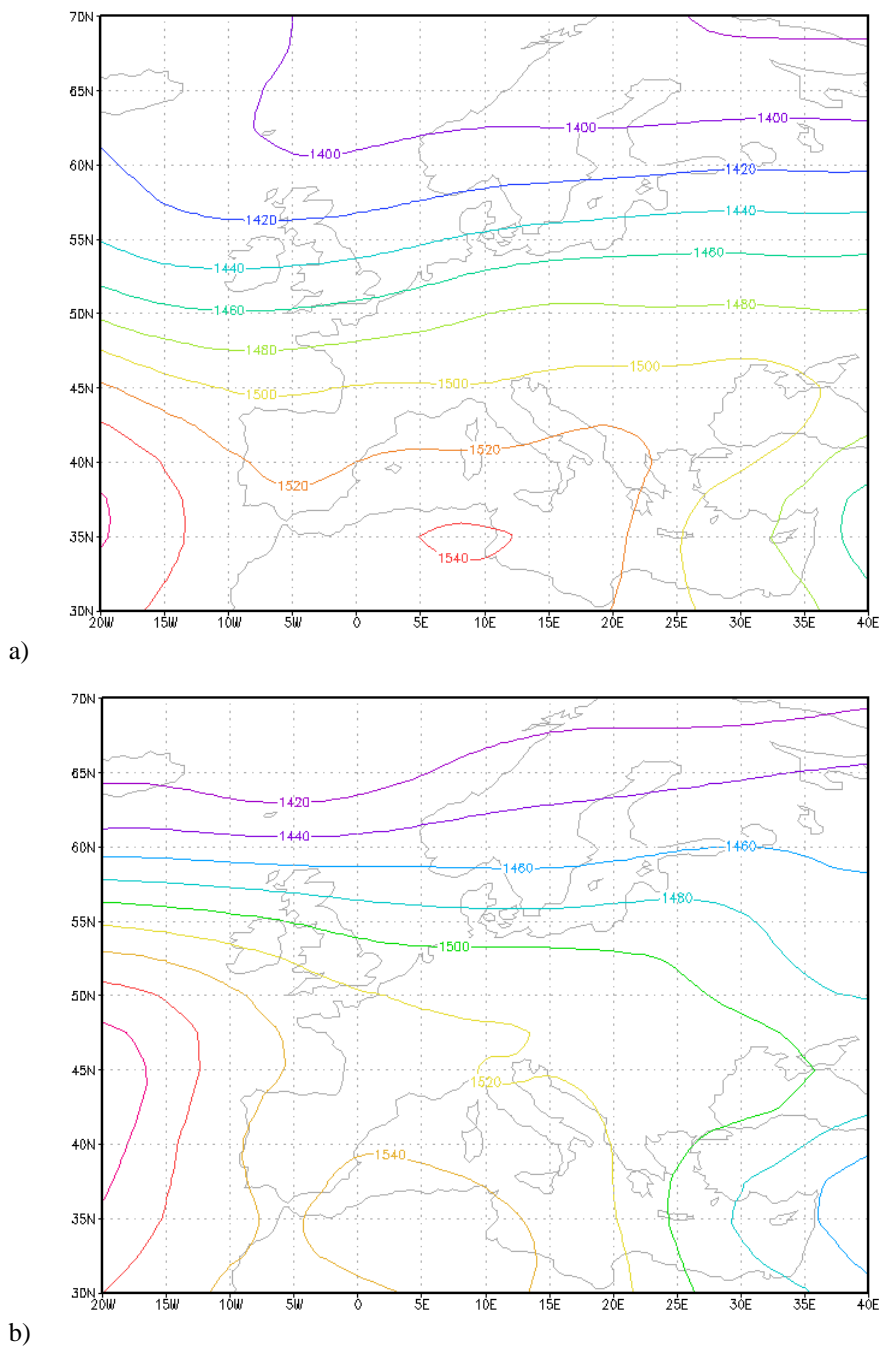
HFA) i južni tipovi (SWZ, TB, SA, SWA i TRW) su među najčešćim tipovima cirkulacije koji dovode do najdužih talasa toplote leti na pojedinim stanicama. Sinoptičke situacije kada je postojala dolina preko centralne Evrope (TRM tip na sl. 5.5) omogućavale su dotok toplog vazduha iz Afrike ka jugoistočnoj Evropi.



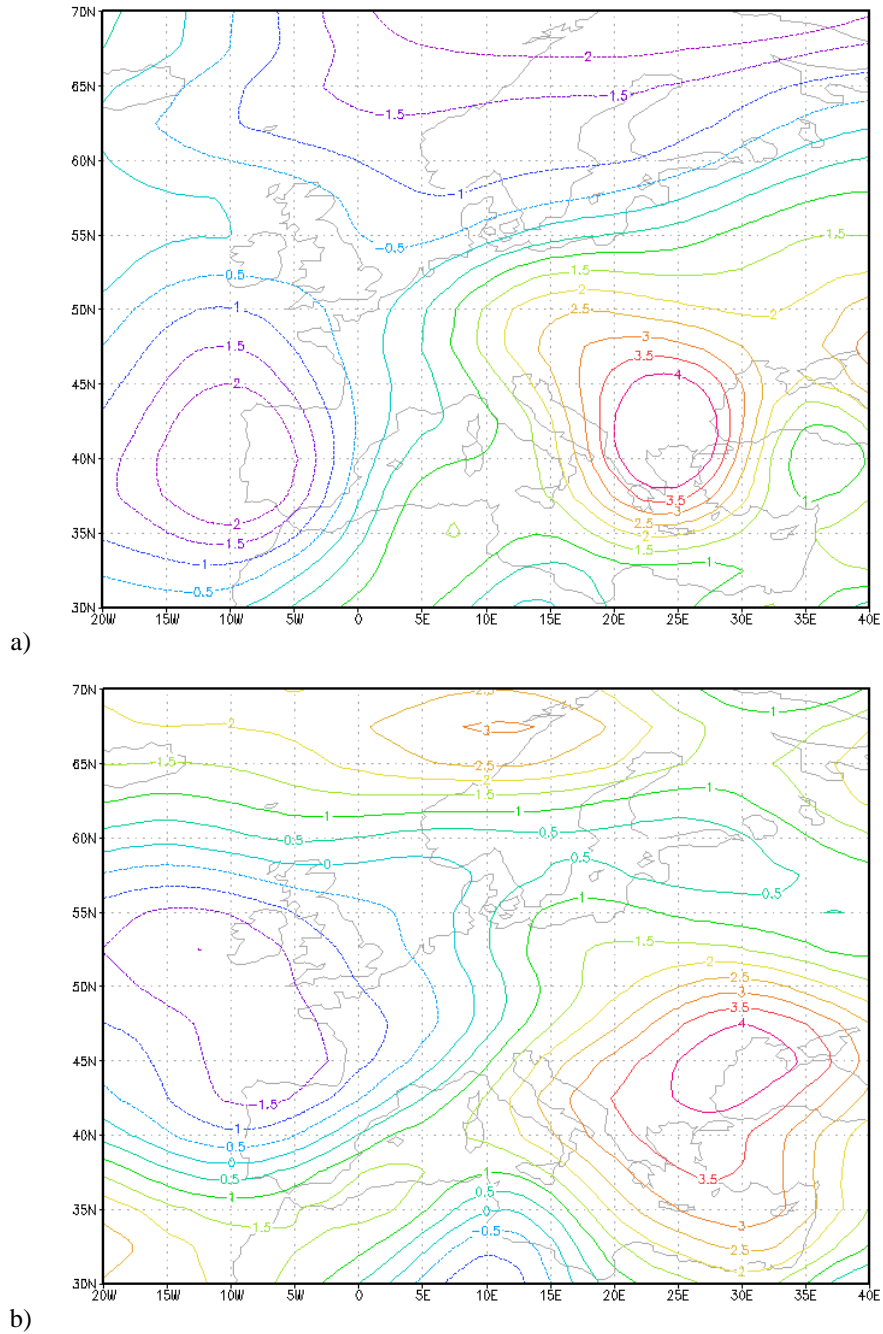
Slika 5.5. Relativna frekvencija tipova cirkulacije za talase toplote duže od deset dana u Srbiji.

Talas toplote tokom avgusta 1952. godine je bio povezan sa dolinom preko centralne Evrope, dok je toplotni talas tokom jula 2007. godine (kada su u Srbiji registrovani najjači talasi toplote) bio povezan sa niskim pritiskom čiji je centar bio istočno od Velike Britanije i sa slabo-gradijentnim poljem pritiska iznad jugoistočne Evrope (Unkašević i Tošić, 2009b). Slika 5.6 pokazuje veoma visoke srednje mesečne vrednosti geopotencijala na 850 hPa za avgust 1952. god. i juli 2007. godine. U avgustu 1952. godine (sl. 5.6a) ispoljile su se visoke vrednosti geopotencijala preko teritorije Srbije od severne Afrike ka severoistoku. Slika 5.6b je slična sl. 5.6a, ali u julu 2007. godine može se videti pomeranje izohijeta ka severu.

Anomalije temperature na 850 hPa su prikazane na sl. 5.7. Vidi se da su najveće anomalije između 3,0 i 3,5°C u avgustu 1952. godine i između 3,5 i 4,0°C tokom jula 2007. godine iznad Srbije.



Slika 5.6. Srednje mesečne vrednosti geopotencijala na 850 hPa u: a) avgustu 1952. godine i b) julu 2007. godine.



Slika 5.7. Srednje mesečne vrednosti anomalija temperatura na 850 hPa u: a) avgustu 1952. godine i b) julu 2007. godine.

Tomozeiu i sar. (2002) su proučavali varijabilnost srednjih sezonskih vrednosti maksimalnih dnevnih temperatura u Rumuniji i zaključili su da je dugotrajna varijabilnost temperature povezana sa promenama u režimu cirkulacije. Domonkos i sar. (2003) su ustanovili da južno strujanje i postojane anticiklonalne situacije pogoduju ekstremno visokim temperaturama u južnoj i centralnoj Evropi. Naši rezultati takođe pokazuju da pojava ekstremno visokih temperatura usled strujanja od severne Afrike ka Balkanu može biti indikator vrelih leta u jugoistočnoj Evropi.

Talasi toplote nastaju usled kombinacije različitih uzroka, od zagrevanja niže troposfere, pozitivnog povratnog mehanizma između letnjih temperatura i manjih konvektivnih padavina (Beniston, 2004) do lokalnih faktora kao što je deficit vlažnosti zemljišta (Brabson i sar., 2005). Baldi i sar. (2006) su pokazali da su talasi toplote u centralnom Mediteranu povezani sa prisustvom mlazne struje locirane severno od Alpa i anticiklona iznad Mediterana, što je forsiralo jaku supsidenciju i adijabatsko zagrevanje troposfere iznad Mediterana.

5.5 Analiza tropskih dana primenom AR modela

Maksimalne dnevne temperature u julu i avgustu za Beograd i Niš su analizirane da bi se odredile verovatnoće ekstremnih temperatura i broja uzastopnih dana kada je maksimalna temperatura bila najmanje 30°C (tropski dani - TD). Najviša temperatura je osmotrena 2007. godine u Beogradu i iznosila je 43,6°C, dok je u Nišu bila 43,2°C. Najduže trajanje TD od 29 dana je bilo u Nišu, a u Beogradu 21 dan. Ocena frekvencije ekstremnih događaja je urađena primenom modelovanja vremenskih serija, autoregresionim procesom prvog reda, kao i pomoću generalizovane Pareto raspodele (GPD).

U tab. 5.5 su prikazane godine sa najdužim trajanjem tropskih dana u Beogradu i Nišu. Najduži TD sa trajanjem od 21 dana je zabeležen u Beogradu između 24. jula i 14. avgusta 1994. godine (tab. 5.5a). Drugi po dužini je TD od 18 dana 1946. godine. Trajanje TD je duže u Nišu nego u Beogradu. U Nišu trajanje TD je dostiglo 29 dana 2003. godine, 23 dana 1952. godine i 22 dana 1994. godine (tab. 5.5b). Ekstremne temperature u Beogradu su dostignute za relativno kratko trajanje TD. Međutim, maksimalne temperature u Nišu su bile praćene dužim trajanjem TD od 23 dana (1952. godine) i 22 dana (1994. godine).

Ukupan broj dana u godini sa maksimalnom temperaturom većom od 30°C, i 95-tog percentila tokom jula i avgusta u Beogradu (35,2°C) i Nišu (36,6°C) je

prikazan na sl. 5.8 i 5.9, respektivno. Može se uočiti porast broja dana do 1952. godine i nakon 1975. godine. Broj TD je veći u Nišu nego u Beogradu, kao posledica veće kontinentalnosti klime u Nišu. Manimalna vrednost TD je osmotrena oko 1975. godine na obe stanice.

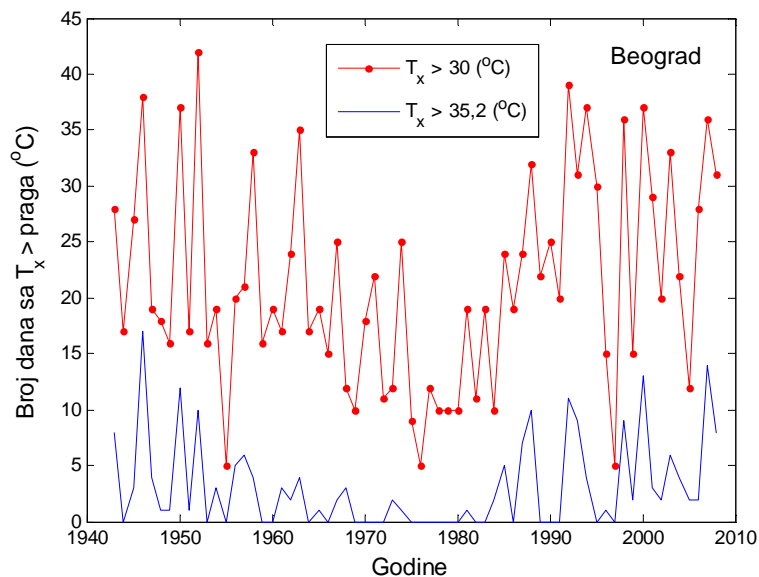
Tabela 5.5. Najduži tropski dani u a) Beogradu (1943-2008.) i b) Nišu (1948-2008.).

a)

godina	trajanje (dani)	maksimalna temperatura (°C)
1994.	21	38,9
1946.	18	39,3
1952.	17	38,4
2000.	15	40,2
1987.	14	37,0
2006.	14	34,6

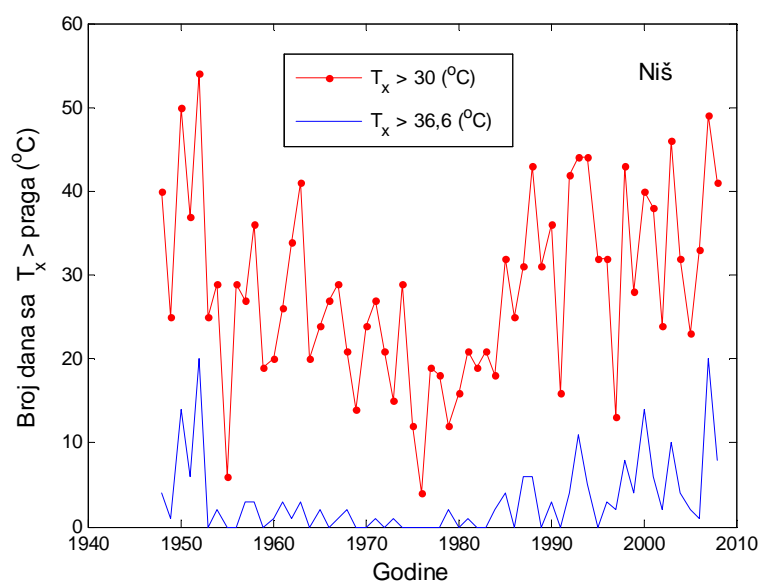
b)

godina	trajanje (dani)	maksimalna temperatura (°C)
2003.	29	40,5
1952.	23	42,2
1994.	22	42,2
1998.	21	39,7
1950.	20	40,6
2007.	18	41,2



Slika 5.8. Ukupan broj dana u godini za Beograd sa maksimalnom temperaturom iznad 30°C i 95-tog percentila.

U Beogradu je duže trajanje TD zabeleženo u dekadi 1943–1952. god., dok su češći kraći TD u trajanju od 6 do 8 dana zabeležni u poslednjoj dekadi (10 u poređenju sa 5 u prvoj dekadi). U Nišu su u poslednjoj dekadi registrovani i duži TD (trajanja do 29 dana), kao i česti kraći TD (7 u poređenju sa 4 u prvoj dekadi).



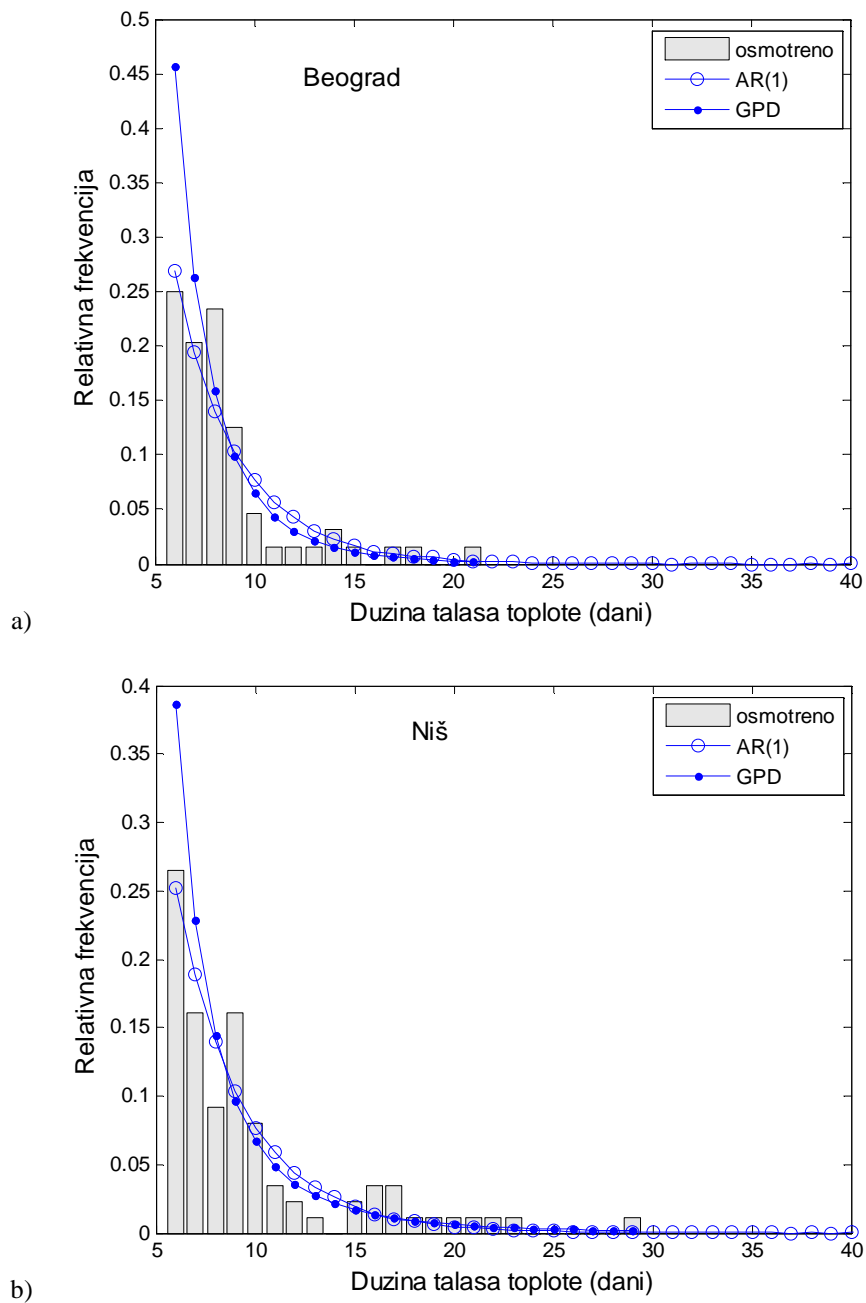
Slika 5.9. Kao na sl. 5.8, ali za Niš.

5.5.1 Primena autoregresionog modela prvog reda, $AR(1)$

Simulirane frekvencije ekstremnih temperaturnih događaja su određene iz 100 000 godišnjih serija. Utvrđeno je da $AR(1)$ model uspešno reprodukuje raspodelu dužina TD za Beograd i Niš (sl. 5.10). Za Beograd (sl. 5.10a), $AR(1)$ model veoma dobro procenjuje dužinu TD kraćih od 10 dana i dužih od 14 dana, dok malo premašuje frekvencije TD koji traju od 10 do 14 dana. Za Niš (sl. 5.10b), $AR(1)$ model malo premašuje frekvencije TD koji traju 7, 8, 11 i 13 dana.

Verovatnoća pojave TD su takođe izračunate iz 100 000 godišnjih serija temperatura, generisane pomoću modela $AR(1)$. Povratni periodi TD koji traju 5, 10, 15, 20 i 25 dana su prikazani u tab. 5.6. Na primer, povratni period TD koji traju 20 dana je oko 130 godina za Beograd i oko 118 godina za Niš, prema $AR(1)$ simulaciji. Iz tab. 5.6 se može videti da $AR(1)$ model daje povratne

periode u saglasnosti sa osmotranjima za dužine TD trajanja do 20 dana u Beogradu i do 10 dana u Nišu.



Slika 5.10. Raspodela simuliranih i osmotrenih dužina tropskih dana u: a) Beogradu i b) Nišu.

Tabela 5.6. Povratni periodi (u godinama) talasa toplote koji su trajali 5, 10, 15, 20 i 25 dana za Beograd (Bgd) i Niš.

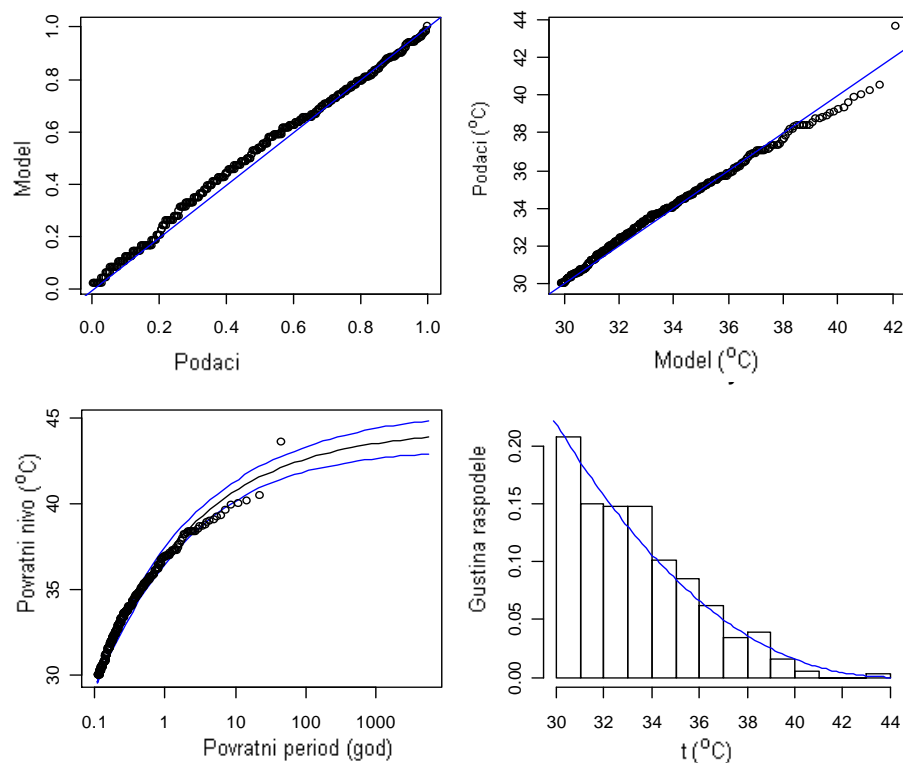
	5 dana	10 dana	15 dana	20 dana	25 dana
Ocenjeni pomoću AR(1) (Bgd)	0,4	3,2	24,9	130,3	570,2
Ocenjeni iz osmatranja (Bgd)	0,4	6,0	27,1	144,5	/
Ocenjeni pomoću AR(1) (Niš)	0,3	2,7	18,2	117,5	532,6
Ocenjeni iz osmatranja (Niš)	0,3	2,8	7,8	31,2	195,2

Interesantni rezultati se postižu kada se povratni periodi TD računaju sa promenljivom srednjom temperaturom i varijansom. Pretpostavimo zagrevanje od $0,5^{\circ}\text{C}/\text{dekadi}$ tokom perioda 1943-2008. god., kao srednju ocenu A2 i B2 emisionih scenarija (IPCC, 2007). Pošto se očekuje globalno zagrevanje praćeno porastom varijabilnosti letnjih temperatura iznad većeg dela Evrope (Schär i sar., 2004; Klein Tank i sar., 2005; Della-Marta i sar., 2007), pretpostavljen je porast varijanse od $2,5\%/\text{dekadi}$ (Kyselý, 2009). Prema simulacijama pomoću AR(1) modela, povećanje od $0,5^{\circ}\text{C}/\text{dekadi}$ u srednjoj vrednosti maksimalnih julskih i avgustovskih temperatura u Beogradu tokom perioda 1943-2008. god. treba da rezultuje u značajnom opadanju povratnog perioda. Na primer, povratni period za TD od 20 dana očekuje se da opadne sa 130,3 godina na 49,6 godina za Beograd. Ako se još na trend zagrevanja doda i porast varijanse, povratni period opada na 34,6 godina.

5.6 Primena GPD na ekstremne temperature i tropske dane

Generalizovana Pareto raspodela (GPD) je primenjena na ekstremne temperature i tropske dane u Beogradu i Nišu. Da bi se primenila GPD, prvi korak je bio da se izabere prag. U našem slučaju izabran je prag od 30°C , jer su analizirani tropski dani. Drugi korak je bio izbor koeficijenta klasterovanja θ . Izbor dužine klastera r uslovljen je sa dve činjenice: suviše mala vrednost dovodi do problema nezavisnosti; suviše velika vrednost dovodi do gubitka informacija. Dakle, treba naći pravi odnos između bajasa i varijanse, za šta nema opšteg rešenja (Coles, 2001). Između više testiranih vrednosti, izabrano je $\theta =$

0.5 ± 0.1 kao najbolja ocena za koeficijent klasterovanja. To je ekvivalentno dužini klastera od 2 dana.



Slika 5.11. Dijagnostički crteži za primenu GPD na maksimalne dnevne temperature u Beogradu tokom perioda 1943–2008. god. sa dužinom klastera od 2 dana.

Primenom GPD na maksimalne dnevne temperature, dobijene su ocene za parametre zajedno sa standardnim greškama $(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (4,502 \pm 0,245^{\circ}\text{C}; -0,311 \pm 0,025)$ i $(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (5,468 \pm 0,307^{\circ}\text{C}; -0,364 \pm 0,029)$ za Beograd i Niš, respektivno. Dakle, dobijena je negativna ocena za parametar oblika ξ , što odgovara slabo izduženom kraju u korišćenoj parametrizaciji. Različiti dijagnostički crteži primene GPD na maksimalne dnevne temperature u Beogradu su prikazani na sl. 5.11. Grafici verovatnoće i kvantila pokazuju valjanost fitovanog modela: svaki set tačaka je skoro linearan. Krive povratnih nivoa, kao posledica negativne ocene parametra ξ , su nelinearne. Odgovarajuća ocena gustine raspodele je konzistentna sa podacima predstavljenim u obliku histograma relativnih frekvencija.

Povratni nivoi za maksimalne temperature su dobijeni iz profila verodostojnosti. Ocenjeni 100-godišnji povratni nivoi su 42,4°C i 43,5°C, sa intervalima poverenja od (41,8; 43,4)°C i (43,2; 44,6)°C, dok su 10-godišnji povratni nivoi 40,3°C i 41,6°C sa 95 % intervalima poverenja od (39,8; 40,9)°C i (41,3; 42,3)°C za Beograd i Niš, respektivno.

Zatim je GPD primenjena na trajanje TD za Beograd i Niš. Izabran je prag u trajanju od 6 dana. Ocene dobijene metodom maksimalne verodostojnosti sa standardnim greškama su $(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (2,062 \pm 0,430^\circ\text{C}; 0,214 \pm 0,169)$ i $(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (2,440 \pm 0,549^\circ\text{C}; 0,413 \pm 0,203)$ za Beograd i Niš, respektivno. GPD primenjena na dužine talasa u Beogradu i Nišu je pokazana na sl. 5.10 a i b, respektivno. Vidi se da GPD precenjuje frekvenciju talasa toplote koji traju 6 i 7 dana, dok podcenjuju talase toplote koji traju 8 dana u Beogradu i 9 dana u Nišu.

Ocene parametara i povratnih nivoa su dobijene koristeći profil verodostojnosti. Povratni nivoi sa 95 % intervalima poverenja za 10-, 20-, 50- i 100-godišnje povratne periode su ocenjeni koristeći GPD i predstavljeni u tab. 5.7. Procenjeni 100-godišnji povratni nivo je 21,9 dana za dužine talasa toplote u Beogradu. 95 % interval poverenja za 100-godišnji povratni nivo je dobijen iz logaritamskog profila verodostojnosti i iznosi (16,0; 31,7) dana. Desetogodišnji povratni nivo je 11,9 dana. Ocene za 100-godišnji i 10-godišnji povratne nivoe su 46,0 i 17,8 dana za Niš, respektivno. Povratni period talasa toplote koji je trajao 15 dana u Beogradu procenjen je koristeći AR(1) model na oko 25 godina, dok je dvadeseto godišnji povratni nivo za dužinu talasa toplote oko 14,4 dana (tab. 5.7). Razlike između procenjenih povratnih perioda su nastale usled ograničenja primenjenih modela.

Tabela 5.7. Povratni nivoi (u danima) za 10, 20, 50 i 100-godišnje povratne periode za Beograd (Bgd) i Niš dobijeni primenjujući GPD.

Stanica	10 godina	20 godina	50 godina	100 godina
ocenjeni (Bgd)	11,9	14,4	18,3	21,9
(interval poverenja)	(10,4; 14,9)	(12,1; 19,6)	(14,4; 26,0)	(16,0; 31,7)
ocenjeni (Niš)	17,8	23,6	34,5	46,0
(interval poverenja)	(14,4; 25,6)	(17,6; 35,4)	(22,1; 53,5)	(25,7; 72,6)

5.7 Zaključak

Analizirane su ekstremne temperature i talasi toplote u Srbiji koristeći vrednosti maksimalnih dnevnih temperatura u Beogradu, Smederevskoj Palanci i Nišu. Koristeći ARMA modele, izračunate su dužine talasa toplote i upoređene

sa osmotrenim vrednostima. Veza između najdužih i najjačih talasa toplote i cirkulacionih uslova je analizirana koristeći subjektivan katalog vremenskih situacija (GWL) prema Hess–Brezowsky. Izvedeni su sledeći zaključci:

- najtoplija leta su bila 1951–1952., 1987–1998. (posebno 1994) i 2000–2007. god.;
- broj dana sa temperaturom višom od devedesetog percentila je porastao od 9,1% u Nišu do 12,3% u Beogradu u dekadi (1998–2007) u poređenju sa prvom dekadom (1948–1957);
- pokazalo se da su AR modeli nižeg reda potpuno odgovarajući za modelovanje raspodele dužine toplotnih talasa;
- gotovo 84% dana sa najdužim talasima toplote u Srbiji su se dogodili kada je preovlađivao anticiklonalni i južni glavni tip GWL;
- najjači talasi toplote su bili 1952. i 2007. godine usled strujanja toplog vazduha iz severne Afrike ka SE Evropi.

Analiza tropskih dana, tj. dana sa temperaturom višom od 30°C, je pokazala da:

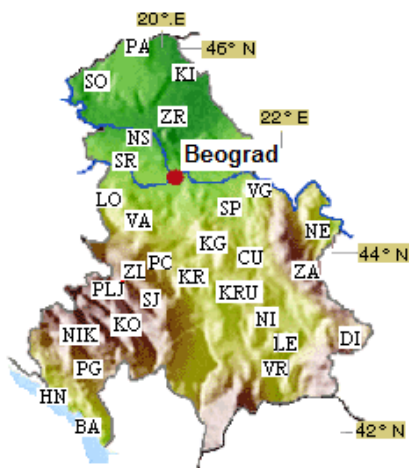
- primenom AR(1) modela je moguće reprodukovati dužinu tropskih dana;
- GPD se može koristiti kao dobra aproksimacija za frekvenciju tropskih dana dužih od 8 dana.

6 Prostorna raspodela padavina

U ovom poglavlju je prikazana prostorna raspodela padavina u Srbiji prema Tošić (2004; 2005). Prvo su predstavljene klimatološke karakteristike padavina u Srbiji, a zatim su analizirane padavine primenom EOF metoda. Potom su analizirani trendovi padavina prema Unkašević i Tošić (2011b).

6.1 Klimatološke karakteristike padavina u Srbiji

Za analizu je izabrano trideset stanica, čiji je geografski položaj pokazan na sl. 6.1, a koordinate i nadmorska visina su navedene u tab. 6.1. Period osmatranja je bio od 1951. do 2000. godine. Ovde ćemo ukratko da opišemo prostornu raspodelu godišnjih suma padavina. Minimum srednjih godišnjih suma padavina je iznad severne Srbije (600 mm/god), a planinske oblasti Srbije primaju oko 1000 mm/god. (Ranković i sar., 1981).



Slika 6.1. Položaj stanica i orografija u Srbiji i Crnoj Gori.

U Srbiji i Crnoj Gori razlikujemo dva tipa režima padavina: kontinentalni i mediteranski. U kontinentalnom tipu maksimum se javlja u junu, a minimum u februaru. Sinoptičke situacije, koje prevladaju u danima sa ekstremnim padavinama zimi i leti, su povezane sa prodorima hladnog vazduha iz severozapadne Evrope i sa hladnim frontovima i olujama u hladnim vazдушnim masama, respektivno (Unkašević i Radinović, 2000). Mediteranski tip se karakteriše maksimalnim padavinama zimi i minimalnim padavinama leti.

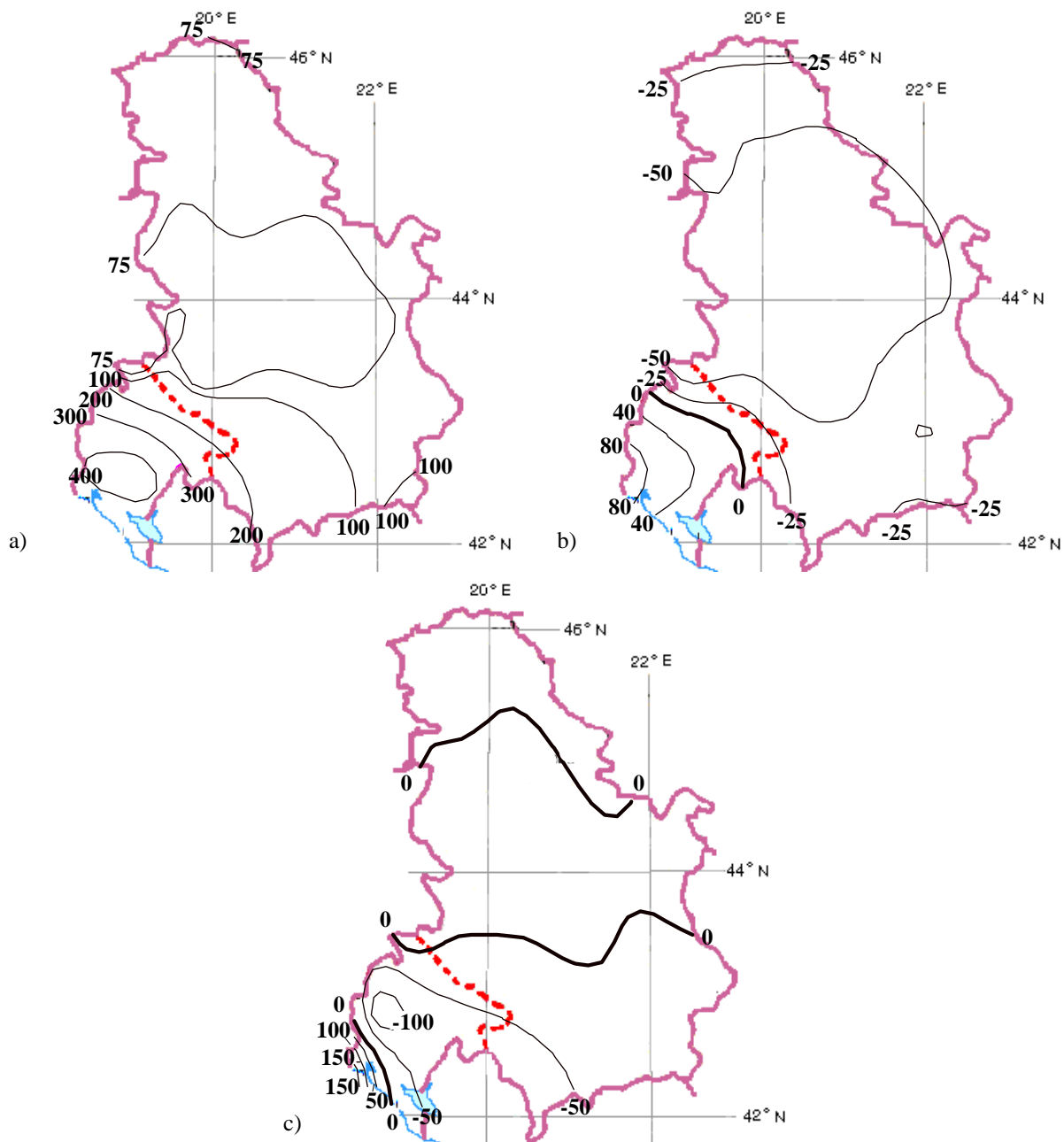
Tabela 6.1. Lista stanica sa skraćenicama, geografskom širinom, dužinom i nadmorskom visinom.

Stanice	Skraćenica	Širina	Dužina	Visina (m)
Palić	PA	46°06'	19°46'	102
Kikinda	KI	45°51'	20°28'	81
Sombor	SO	45°47'	19°05'	88
Zrenjanin	ZR	45°24'	20°21'	80
Novi Sad	NS	45°20'	19°51'	84
Sremska Mitrovica	SR	44°58'	19°38'	81
Beograd	BG	44°48'	20°28'	132
Veliko Gradište	VG	44°45'	21°31'	82
Loznica	LO	44°33'	19°14'	121
Valjevo	VA	44°17'	19°55'	176
Smederevska Palanka	SP	44°22'	20°57'	122
Negotin	NE	44°14'	22°33'	42
Kragujevac	KG	44°02'	20°56'	185
Ćuprija	CU	43°56'	21°23'	123
Zaječar	ZA	43°53'	22°17'	144
Požega	PO	43°50'	20°02'	310
Zlatibor	ZL	43°44'	19°43'	1028
Kraljevo	KR	43°44'	20°41'	215
Kruševac	KRU	43°34'	21°21'	166
Niš	NI	43°20'	21°54'	201
Pljevlja	PLJ	43°21'	19°21'	784
Sjenica	SJ	43°16'	20°01'	1038
Dimitrovgrad	DI	43°01'	22°45'	450
Leskovac	LE	42°59'	21°57'	230
Kolašin	KO	42°50'	19°32'	944
Nikšić	NIK	42°46'	18°57'	647
Vranje	VR	42°29'	21°54'	432
Herceg-Novi	HN	42°27'	18°33'	10
Podgorica	PG	42°26'	19°17'	49
Bar	BA	42°06'	19°06'	4

6.2 Primena EOF na padavine

6.2.1 Analiza padavina zimi

Matrica odstupanja je dobijena oduzimanjem srednje vrednosti padavina za zimu (DJF), za period 1951-2000, od padavina tokom zime za pojedinu godinu. Tabela 6.2 pokazuje varijanse prva tri EOFa.



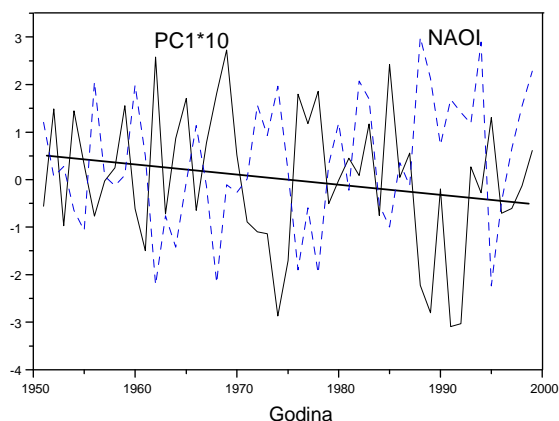
Slika 6.2. Prva tri EOFa za padavine zimi.

Tabela 6.2. Varijansa (%) prva tri EOFa za padavine zimi.

EOF1	EOF2	EOF3	Suma
78,1	6,7	4,9	89,7

Prvi set singularnih vektora objašnjava 78,1% od ukupne varijanse. Prostorna raspodela EOF1 (sl. 6.2a) se karakteriše pozitivnom vrednošću preko cele oblasti. Najjači signal je iznad planinskih oblasti Crne Gore. Pozitivna vrednost iznad cele oblasti nagoveštava da su procesi velikih razmera odgovorni za varijabilnost zimskih padavina. Drugi EOF, na koji otpada 6,7% od ukupne varijanse, pokazuje dipolarnu strukturu. Nulta linija deli razmatranu oblast na dva dela: jugozapadnu sa pozitivnim vrednostima i severoistočnu sa negativnim vrednostima, tj. na dve oblasti sa mediteranskim i kontinentalnim režimom padavina, respektivno. Maksimum se javlja u jugozapadnoj Crnoj Gori gde visoke planine povećavaju ciklonske padavine zadržavanjem sistema depresije. Slika 6.2b ukazuje na uticaj Jadranskog mora i orografije na režim padavina. Prostorna raspodela EOF3 je prikazana na sl. 6.2c. Najveće vrednosti su duž obale sa velikim gradijentima od obale ka unutrašnjosti, sugerišući na uticaj orografije.

Da bi se našla veza između padavina zimi i sinoptičke cirkulacije, razmatrana je vremenska varijabilnost indeksa severno-atlanske oscilacije (NAOI) od 1951. do 2000. god. Vremenska varijabilnost PC1 (sl. 6.3) pokazuje negativan trend i suprotan znak u poređenju sa NAO indeksom. Koeficijent korelacije između PC1 i NAO indeksa je negativan i jednak $-0,6283$. Kada je u vremenskim serijama oduzet trend, i dalje je koeficijent korelacije visok i ima vrednost $-0,6072$ (tab. 6.3). Tako visoka korelacija ukazuje na mogućnost da je NAO odgovoran za smanjenje zimskih padavina.

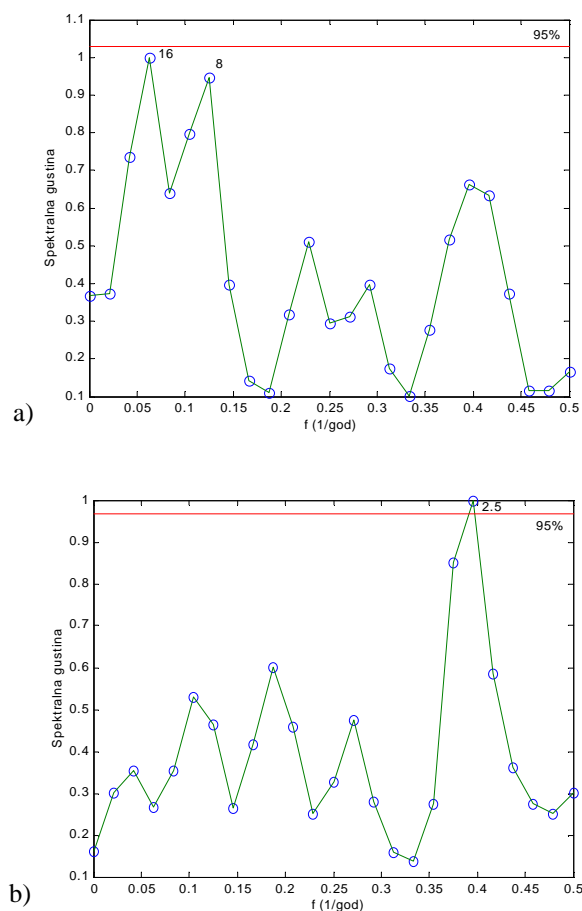


Slika 6.3. Vremenska serija prvog EOF (PC1) padavina zimi (puna linija) sa trendom i NAO indeks zimi (isprekidana linija).

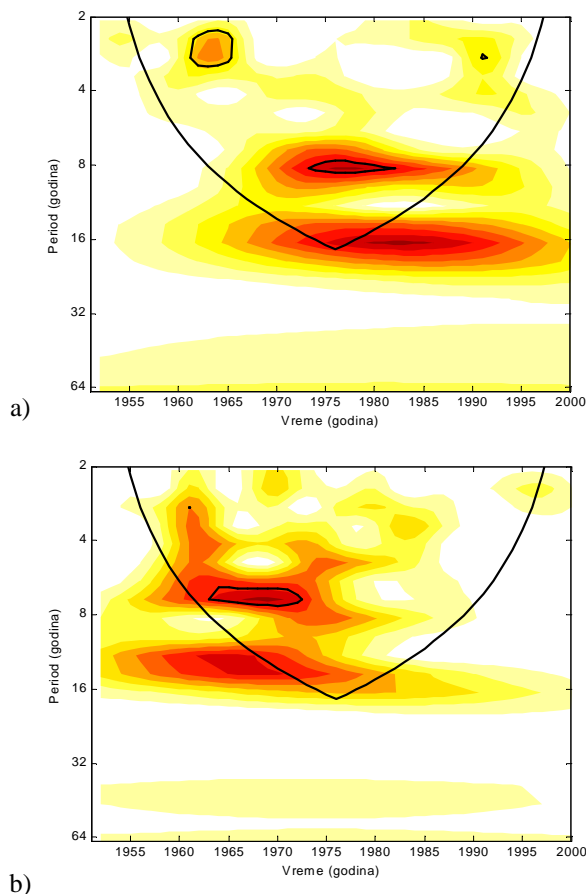
Tabela 6.3. Koeficijent korelacije između NAO indeksa zimi i PC1.

Koef. Korelacije	Koef. korelacije nakon oduzimanja trenda
-0,6283	-0,6072

Primena Blekman-Tjukijevog metoda (BT, Blackman i Tukey, 1959; WMO, 1966) na zimske padavine pokazuje oscilacije sa periodom od 16 i 8 godina za PC1 (malo ispod 95% nivoa značajnosti, sl. 6.4a) i kvazi oscilacije sa periodom od 2,5 godine za PC3 (sl. 6.4b). Za PC2 nema pika koji je značajan na 95% nivou. Brázdil i sar. (1985) je našao cikluse dužine od 2-5 i od 10-16 godina za godišnje sume padavina iznad centralne Evrope. Garcia i sar. (2002) su zabeležili oscilacije od 7 godina za PC1 i oscilacije od 2,7 i 16 godina za PC3.

**Slika 6.4.** BT metod za: a) PC1, b) PC3.

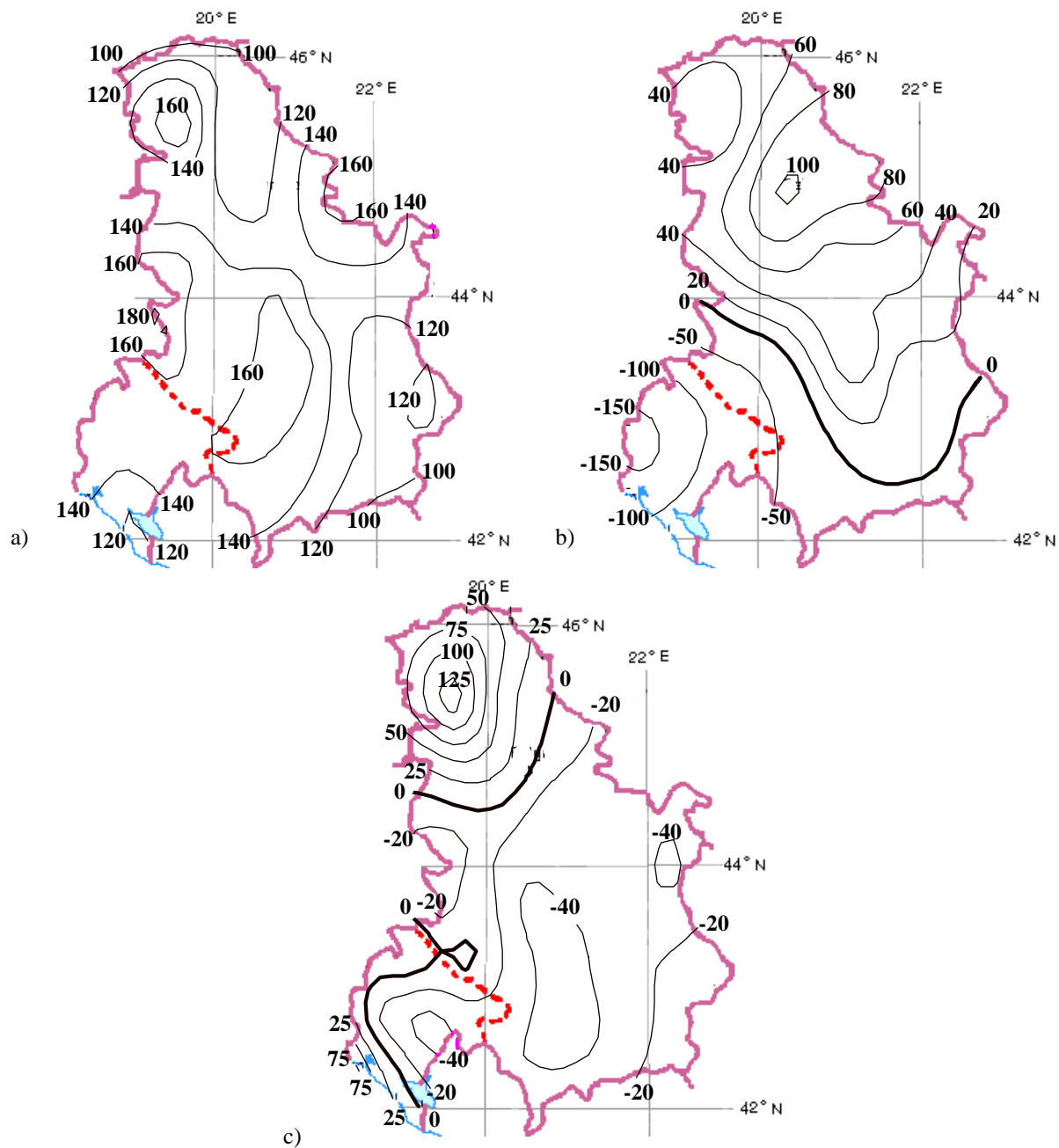
Vejvlet analizom (sl. 6.5) je utvrđeno da se oscilacije značajne na 95% nivou javljaju kod PC1 i PC2, ali ne i kod PC3. Kod PC1 su ustanovljeni periodi od oko 8 godina od 1974-1982. god., kao i oscilacije sa periodom od oko 2-3 godine između 1962. i 1966. god. Za PC2 je nađeno da su se oscilacije sa periodom od oko 7,5 godina javile od 1963. do 1973. god.



Slika 6.5. Vejvlet analiza za: a) PC1, b) PC2 zimi.

6.2.2 Analiza padavina leti

Matrica odstupanja za letnju sezonu (JJA) je izračunata oduzimajući srednju vrednost letnjih padavina za period od 1951-2000. godine od vrednosti letnjih padavina za odgovarajuću godinu. Tabela 6.4 prikazuje varijanse prva tri EOFa za letnje sume padavina.



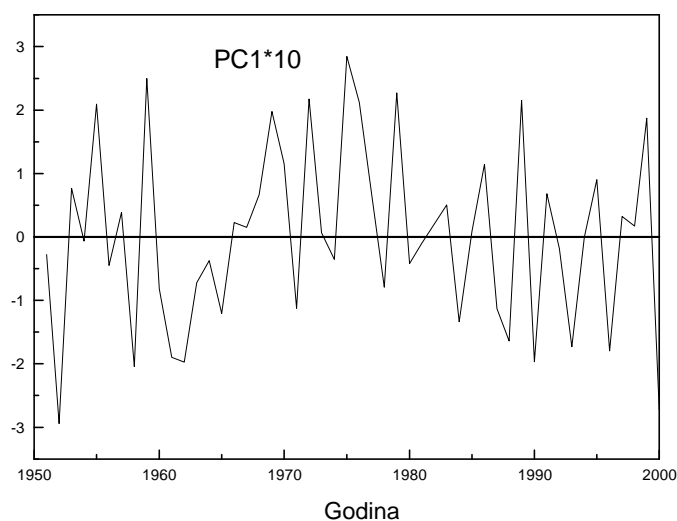
Slika 6.6. Prva tri EOFa za padavine leti.

Tabela 6.4. Varijansa (%) prva tri EOFa za padavine leti.

EOF1	EOF2	EOF3	Suma
52,8	12,6	5,0	70,4

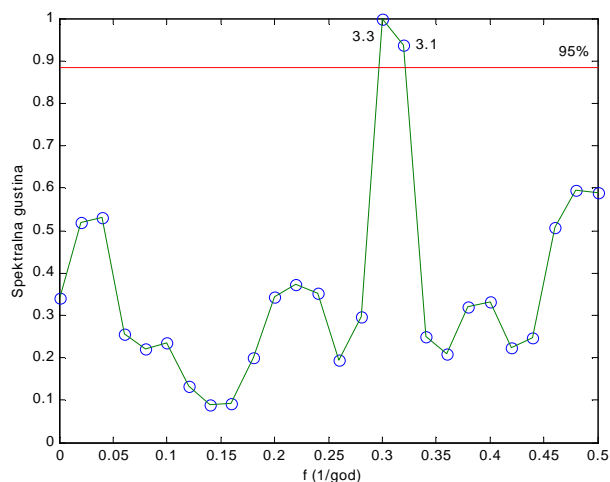
Prostorna struktura EOF1 sa vrednošću od 52,8% od ukupne varijanse (sl. 6.6a) se karakteriše pozitivnom vrednošću preko cele oblasti, sa maksimalnim vrednostima iznad planinskog dela zapadne Srbije. Takva struktura ukazuje da procesi velikih razmera mogu biti odgovorni za varijabilnost letnjih padavina. Drugi EOF, na koji otpada 12,6 % od ukupne varijanse, pokazuje dipolarnu strukturu (sl. 6.6b). Nulta linija koja deli mediteranski i kontinentalni režim je u odnosu na zimski EOF2 pomerena ka severu. Položaj nulte linije se poklapa sa analizom koju su uradili Ranković i sar. (1981). Padavine u severnom delu su povezane sa hladnim frontovima sa severozapada (Radinović, 1968). Treći EOF, na koji otpada 5% od ukupne varijanse, pokazuje dve pozitivne oblasti u severnoj Srbiji i u zapadnoj i priobalnoj Crnoj Gori, dok su negativne vrednosti u planinskoj oblasti (sl. 6.6c). Može se reći da EOF3 ukazuje na razlike između nizija i visija.

Vremenska varijabilnost PC1 ne pokazuje trend (sl. 6.7).

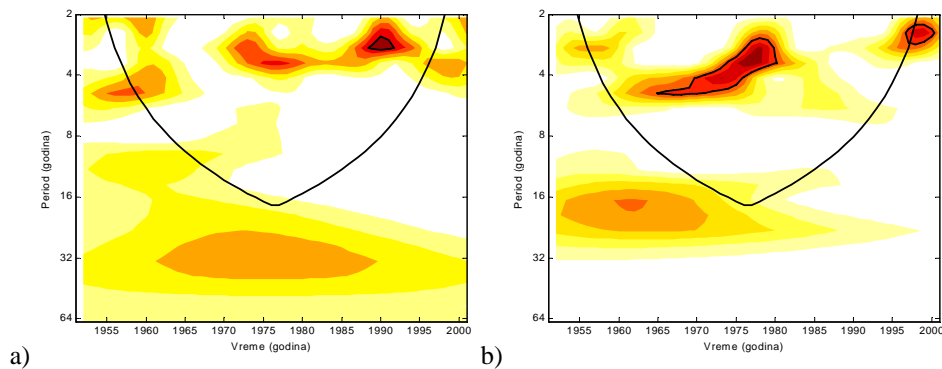
**Slika 6.7.** Vremenska serija prvog EOF (PC1) za letnje padavine. Prava linija predstavlja trend.

Spektralna analiza pokazuje oscilacije sa periodom od 3,1-3,3 godina za PC1 iznad 95% nivoa značajnosti (sl. 6.8). Isti rezultat je dobijen primenjujući vejtlet analizu (sl. 6.9). Prednost ove analize je što se vidi da su se oscilacije sa

periodom od oko 3 godine javile oko 1990. godine (sl. 6.9a). Primenom BT metoda nisu zabeleženi periodi za PC2 i PC3 značajni na 95%. Međutim, vejtlet analizom je utvrđeno da za PC2 postoji jedna organizovana struktura. Oscilacije značajne na 95% su se javile od 1965-1980. godine sa periodom od 3 do 6 godina i od oko 2,5 godine oko 1998. godine, respektivno (sl. 6.9b).



Slika 6.8. BT metod za PC1 leti.



Slika 6.9. Vejtlet analiza za: a) PC1, b) PC2 leti.

6.3 Trendovi padavina u Srbiji

Analizirane su maksimalne dnevne i srednje mesečne padavine izmerene na deset stanica u Srbiji tokom perioda 1949–2007. godine prema Unkašević i Tošić (2011b). Iako srednje vrednosti maksimalnih dnevnih i mesečnih padavina variraju tokom godine, njihov odnos je gotovo uniforman, sa srednjom vrednošću od 32,6% za Srbiju.

Prvo su rangirani dani sa najviše padavina u godini, a zatim su određeni trendovi za deset dana sa najviše padavina. Osrednjeno za celu Srbiju, dan sa najviše padavina ima 41,3 mm, što je u procentima 6,3% od ukupnih godišnjih padavina.

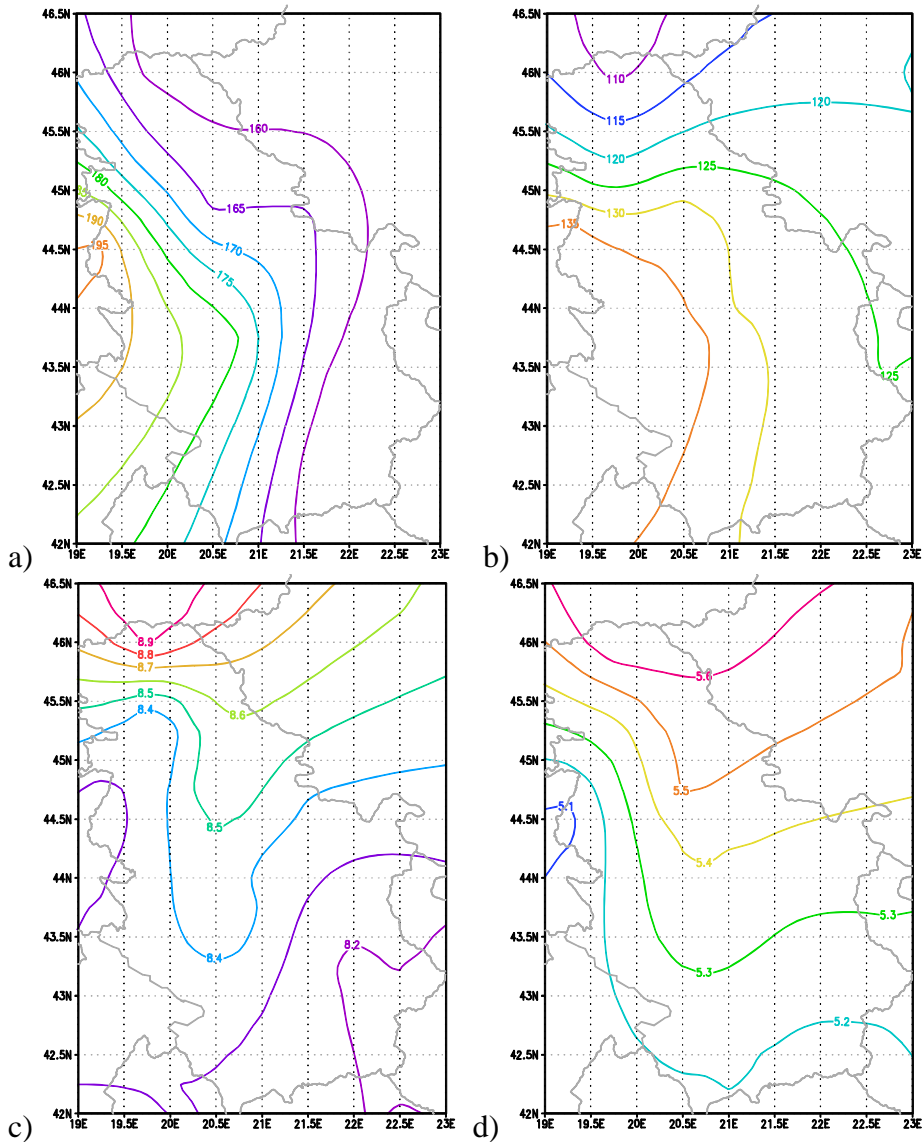
6.3.1 Klimatologija srednjih i maksimalnih padavina

Za analizu su korišćeni podaci o padavinama za period 1949–2007. god. sa deset stanica, čiji je položaj prikazan na sl. 6.10. Najveće vrednosti srednjih letnjih padavina su zabeležene u planinskim delovima zapadne Srbije (sl. 6.11a), prouzrokovane hladnim frontovima, olujama i nepogodama pri prodoru hladnih i vlažnih vazdušnih masa sa zapada na pregrejano tlo. Zimi, najveće vrednosti su osmotrene u jugozapadnoj Srbiji (sl. 6.11b), uslovljene ciklonima formiranim iznad zapadnog Mediterana.



skraćena	stanica	širina	dužina	visina (m)
PA	Palić	46°06'	19°46'	102
NS	Novi Sad	45°20'	19°51'	84
SR	Sremska Mitrovica	44°58'	19°38'	81
BG	Belgrade	44°48'	20°28'	132
VG	Veliko Gradište	44°45'	21°31'	82
LO	Loznica	44°33'	19°14'	121
KG	Kragujevac	44°02'	20°56'	185
KR	Kraljevo	43°44'	20°41'	215
NI	Niš	43°20'	21°54'	201
VR	Vranje	42°29'	21°54'	432

Slika 6.10. Mapa Srbije sa korišćenim stanicama (lista stanica sa njihovim skraćenicama, geografskom širinom, dužinom i visinom).



Slika 6.11. Srednje sezonske sume padavina (mm, gornji paneli) i intenzitet padavina (mm/dan, donji paneli) tokom: a,c) leta i b,d) zime.

Na sl. 6.11c je prikazan intenzitet padavina izračunat kao količina padavina podeljena sa brojem vlažnih dana (dani sa padavinama većim od 1 mm) leti. Može se videti da je intenzitet padavina leti veći za 36 % nego zimi (sl. 6.11d). U obe sezone intenzitet opada od severa prema jugu. Najveći intenzitet padavina leti (>8.8 mm/dan) i zimi (>5.6 mm/dan) je osmotren u severnoj Srbiji.

Maksimalne mesečne vrednosti dnevnih padavina (MMXD) su izračunate kao maksimalne dnevne vrednosti za svaki mesec tokom perioda 1949–2007. god. i rezultati su prikazani u tab. 6.5. Najveća vrednost MMXD je u maju/junu na svim meteorološkim stanicama (tabela 6.5), osim u Vranju (septembar) i Nišu (novembar); najniže vrednosti su osmotrene u januaru/februaru, osim u Velikom Gradištu (mart).

Najveće vrednosti srednjih mesečnih padavina (MM) su registrovane u junu, osim u Nišu (maj), dok su najniže vrednosti izmerene u januaru ili februaru (tab. 6.6), osim u Paliću i Velikom Gradištu (mart). Maksimalne vrednosti srednjih mesečnih padavina su dvostruko veće od najnižih, osim u jugoistočnim delovima Srbije (Niš i Vranje). Vrednosti MMXD (tab. 6.6) su veće od MM (tab. 6.6) samo leti, zbog jakih konvektivnih padavina. Najveće vrednosti srednjih mesečnih padavina su registrovane u Loznici (tab. 6.6), jer je ta stanica na preovlađujućem putu vazdušnih masa sa Atlantika i zapadne Evrope, koje prouzrokuju intenzivne padavine u zapadnoj Srbiji.

Tabela 6.5. Maksimalne mesečne vrednosti dnevnih padavina (MMXD) za: Palić (PA), Novi Sad (NS), Sremsku Mitrovicu (SR), Beograd (BG), Veliko Gradište (VG), Loznicu (LO), Kragujevac (KG), Kraljevo (KR), Niš (NI) i Vranje (VR). Najniže/najviše vrednosti za svaku stanicu su iskošene/podebljane.

<u>Stanica</u> mesec	PA	NS	SR	BG	VG	LO	KG	KR	NI	VR
I	29,1	<i>31,8</i>	37,1	33,2	35,0	46,7	<i>37,1</i>	<i>34,9</i>	24,2	39,9
II	28,5	36,3	<i>34,6</i>	34,8	32,4	<i>34,4</i>	42,4	71,4	34,8	29,7
III	66,6	32,6	36,1	36,8	<i>32,1</i>	35,3	44,0	39,4	30,2	43,1
IV	42,4	40,2	36,7	64,2	63,3	42,9	41,9	49,2	33,2	32,3
V	55,2	91,8	50,6	63,7	59,0	70,2	44,4	124,1	41,5	37,8
VI	94,3	60,0	87,4	94,0	112,8	100,7	56,2	50,4	56,8	66,4
VII	64,5	91,6	72,6	80,1	103,6	80,7	87,6	75,8	48,2	61,1
VIII	45,8	68,0	55,4	75,6	71,6	77,1	84,2	103,4	50,6	73,6
IX	58,0	48,8	39,3	88,4	56,8	86,0	45,6	61,9	71,2	73,8
X	39,6	59,0	54,5	38,3	59,4	92,3	37,4	68,0	47,3	56,0
XI	54,2	54,9	41,1	35,0	63,3	50,9	<i>37,1</i>	62,2	76,6	67,5
XII	35,2	37,6	40,0	39,9	37,8	52,4	43,7	55,6	35,7	33,0

Mada maksimalne mesečne vrednosti dnevnih padavina variraju tokom godine, odnos (R) između srednje vrednosti maksimalnih dnevnih padavina (MXD, izračunate kao srednja vrednost maksimalnih dnevnih padavina za svaki mesec tokom perioda 1949–2007. god. podeljen sa ukupnim brojem godina) i srednjih mesečnih padavina u Srbiji je skoro uniforman za sve mesece

(tabela 6.7, poslednja kolona) i menja se od 0,280 do 0,372. Najveće vrednosti R su od jula do oktobra, kada jaki pljuskovi (MXD veliko) nastaju usled trenutne atmosferske nestabilnosti ili su manje padavine usled etezije (MM malo). Manje vrednosti R su registrovane od novembra do maja, kada su ciklonske padavine najčešće. Srednja vrednost R u Srbiji se menja u uskim granicama, tj. od 0,312 do 0,342, ukazujući da srednja vrednost maksimalnih dnevnih padavina značajno doprinosi srednjim mesečnim padavinama (tab. 6.7), u procentima 32,6 %.

Tabela 6.6. Kao u tab. 6.5, ali za srednje mesečne padavine (MM).

Stanica mesec	PA	NS	SR	BG	VG	LO	KG	KR	NI	VR
I	32,2	37,2	39,7	42,1	46,2	55,8	39,8	49,6	39,4	39,4
II	30,9	35,6	36,6	38,9	42,6	49,7	36,4	45,8	38,2	39,7
III	30,6	37,7	37,7	41,3	40,3	53,9	41,5	51,4	40,7	40,8
IV	44,0	49,5	50,0	52,1	57,0	66,8	52,1	60,9	52,5	51,2
V	54,3	59,9	59,4	62,4	70,8	80,3	69,1	86,3	63,3	60,8
VI	73,1	84,3	84,3	88,1	86,4	101,5	77,7	89,9	62,9	65,6
VII	59,4	64,8	63,6	61,2	65,7	85,9	68,7	77,8	44,1	49,2
VIII	50,5	56,0	54,3	46,6	56,2	76,4	56,5	63,8	44,2	43,6
IX	41,7	43,7	46,5	50,1	53,4	67,3	49,7	60,6	48,8	47,6
X	35,9	46,3	47,9	41,5	46,0	63,2	43,6	53,4	43,2	53,3
XI	49,5	53,3	55,9	52,7	52,2	73,3	49,4	59,8	56,9	60,6
XII	47,2	50,7	51,9	54,4	55,9	67,8	46,4	57,6	51,6	51,7

Tabela 6.7. Kao u tab. 6.5, ali za odnos (R) između srednjih vrednosti maksimalnih dnevnih padavina (MXD) i srednjih mesečnih padavina (MM).

Stanica mesec	PA	NS	SR	BG	VG	LO	KG	KR	NI	VR	Sred.
I	0,335	0,316	0,319	0,292	0,308	0,323	0,297	0,289	0,285	0,294	0,307
II	0,333	0,327	0,324	0,312	0,317	0,315	0,333	0,322	0,309	0,323	0,321
III	0,346	0,339	0,331	0,303	0,323	0,297	0,347	0,306	0,315	0,312	0,322
IV	0,333	0,306	0,292	0,305	0,282	0,291	0,321	0,301	0,292	0,304	0,303
V	0,319	0,323	0,284	0,293	0,297	0,272	0,279	0,289	0,301	0,282	0,294
VI	0,344	0,305	0,315	0,306	0,295	0,294	0,314	0,293	0,335	0,357	0,316
VII	0,408	0,367	0,385	0,373	0,368	0,341	0,338	0,326	0,362	0,394	0,366
VIII	0,390	0,359	0,355	0,383	0,344	0,348	0,367	0,375	0,395	0,408	0,371
IX	0,386	0,370	0,383	0,402	0,362	0,365	0,368	0,325	0,372	0,397	0,372
X	0,346	0,387	0,355	0,320	0,352	0,331	0,366	0,362	0,367	0,371	0,356
XI	0,294	0,289	0,299	0,300	0,306	0,285	0,325	0,295	0,297	0,307	0,300
XII	0,268	0,282	0,282	0,286	0,273	0,284	0,296	0,277	0,274	0,281	0,280
Sred.	0,342	0,331	0,327	0,323	0,319	0,312	0,329	0,313	0,325	0,336	0,326

Analizirane su i mesečne raspodele frekvencija maksimalnih dnevnih padavina. Za sve stanice je maksimum raspodele u intervalu između 5 i 15 mm, osim u junu i decembru u severnoj Srbiji, kao i u junu i oktobru u južnim delovima Srbije. Tokom ovih meseci maksimum u raspodeli frekvencija je između 15 i 25 mm.

6.3.2 Maksimalne dnevne padavine

Za svaku stanicu i svaku godinu dnevne količine padavina su rangirane od najveće do najmanje. Analizu smo ograničili na 10 dana, jer je želja bila da se fokusiramo na najjače padavine, a dani ispod ovog ranga nisu povezani sa poplavama (Michaels i sar., 2004). Linearni trendovi padavina po danima su izračunati preko metode najmanjih kvadrata. Značajnost trenda je ocenjena koristeći neparametarski Kendalov test.

6.3.3 Klimatski indeksi

Da bi se promene intenzivnih padavina proučavale na objektivnan način, preporuka je da se koriste klimatski indeksi (Frich i sar., 2002). Razmatrani su indeksi koji uključuju broj dana sa padavinama većim od dva praga, tj., 10,0 mm (RR10) i 20,0 mm (RR20). Indeksi bazirani na percentilima predstavljaju udeo u ukupnim padavinama usled padavina većih od 95-og percentila (R95T) i broj veoma vlažnih dana (R95). Ovi indeksi se računaju na sledeći način. Neka je P_{wj} količina dnevnih padavina u vlažnom danu w (dan sa padavinama jednakim ili većim od 1 mm) u periodu j i neka P_{wn95} je 95-ti percentil padavina u vlažnim danima tokom perioda 1961–1990. godine. Ako W predstavlja broj vlažnih dana u periodu, tada se R95T određuje kao:

$$R95T = 100 \frac{\sum_{w=1}^W P_{wj}}{P_j} (\%), \text{ gde } P_{wj} > P_{wn95}.$$

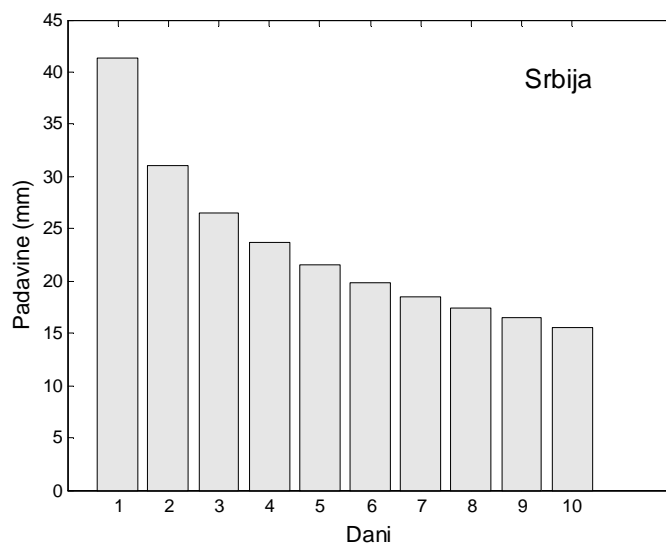
Indeks R95 je broj dana kada je $P_{wj} > P_{wn95}$ tokom perioda j .

6.3.4 Analiza trendova padavina

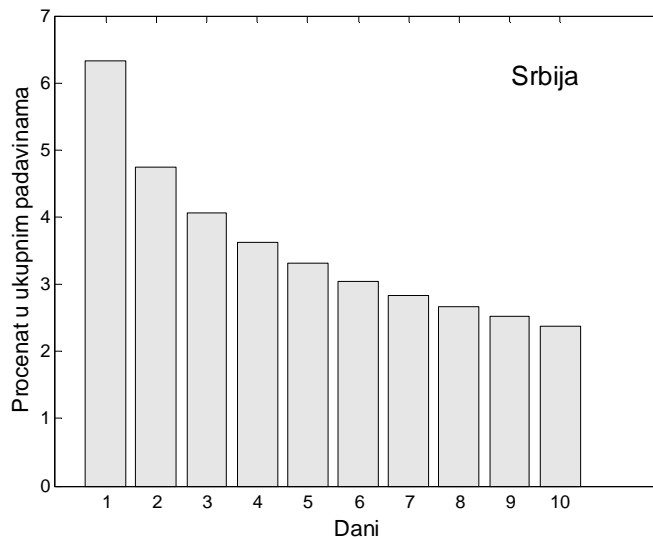
Prema Michaels i sar. (2004) i Zolina i sar. (2008), preko količine padavina tokom deset dana sa najviše padavina u godini moguće je odrediti da li je bilo promene u procentu ukupnih padavina.

Analizirane su srednje padavine i srednji procenat ukupnih godišnjih padavina u svakom od deset dana sa najviše padavina za svaku stanicu (nije pokazano). Veće količine padavina su se izlučile tokom deset najvlažnijih dana u oblastima duž najvećih reka, tj., Save (Loznica i Sremska Mitrovica), Dunava

(od Beograda do Velikog Gradišta) i Velike Morave (od Kragujevca do Kraljeva). Međutim, drugačije je kada se posmatra procenat ukupnih godišnjih padavina za razmatrane najvlažnije dane (nije pokazano).



a)

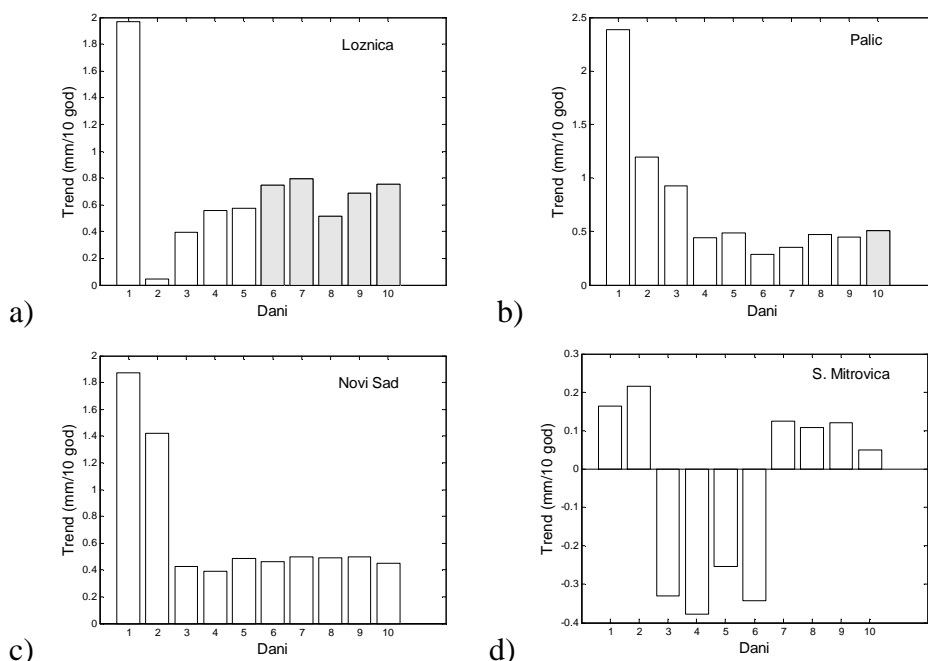


b)

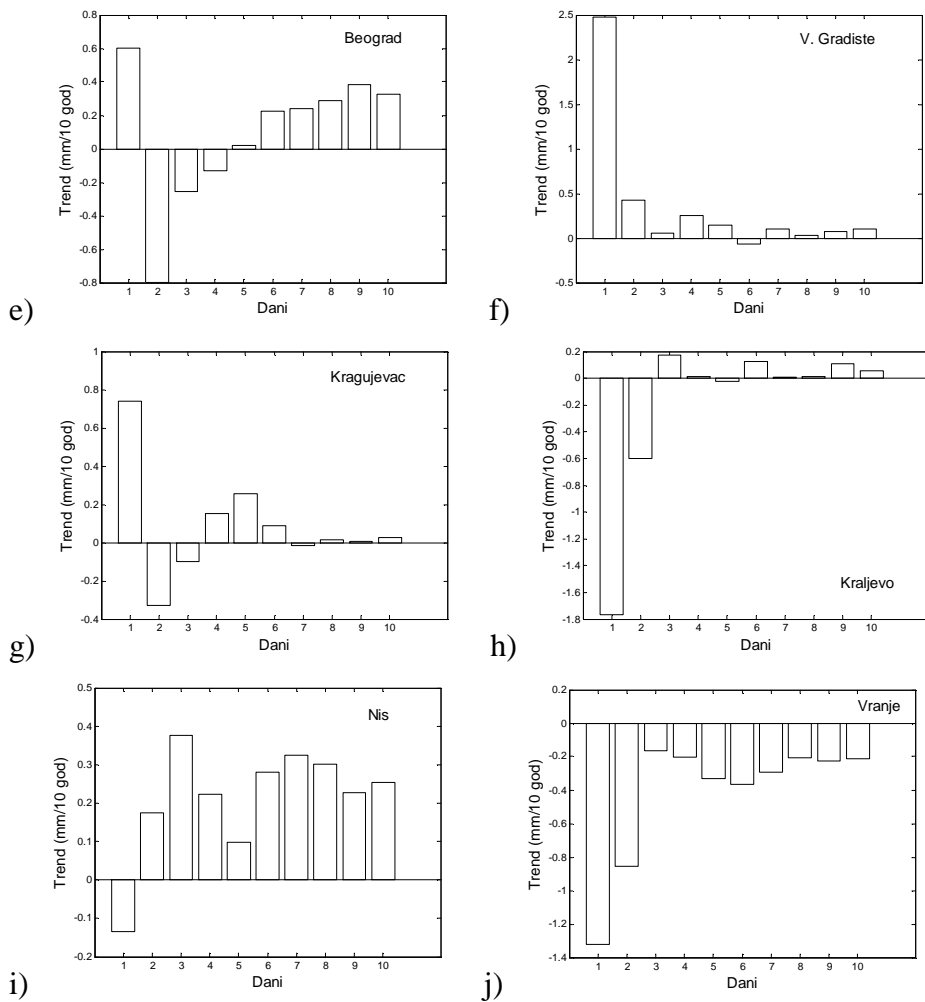
Slika 6.12. a) Srednje dnevne padavine i b) srednji procenat ukupnih godišnjih padavina tokom prvih deset dana sa najviše padavina.

Dan sa najviše padavina u godini, osrednjeno za celu Srbiju, ima 41,3 mm padavina (sl. 6.12) i doprinosi 6,3 % u ukupnim padavinama. Deseti najvlažniji dan daje 15,6 mm padavina (sl. 6.12a) i doprinosi 2,4 % u ukupnim padavinama (sl. 6.12b). Zajedno, 35,5 % (232,0 mm) ukupnih padavina je palo tokom prvih deset dana u godini.

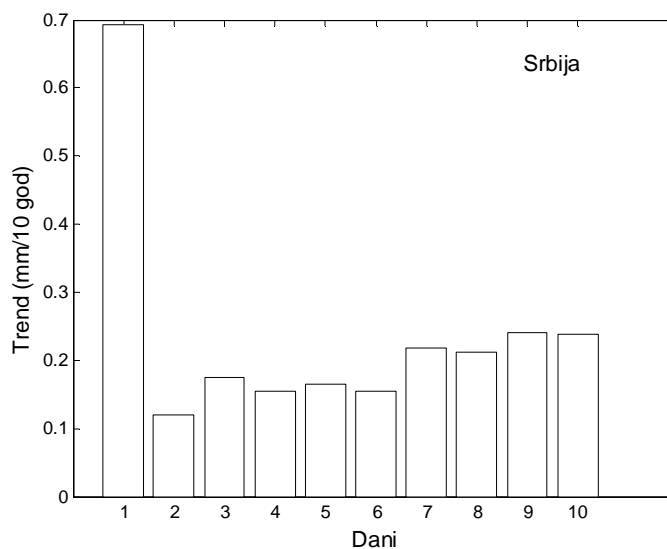
Trendovi padavina u prvih deset rangiranih dana za svaku stanicu tokom perioda 1949–2007. god. su pokazani na sl. 6.13. Na svim stanicama je zabeleženo povećanje padavina osim za Vranje, ali značajne promene (na 5 % nivou) su nađene samo u Loznici (za dane rangirane od 6. do 10.) i za Palić (za deseti dan). Pozitivni trendovi su nađeni za Palić, Novi Sad i Loznicu za sve rangirane dane, dok su negativni trendovi detektovani u Sremskoj Mitrovici (za 3., 4., 5. i 6. dan), Beogradu (za 2., 3. i 4. dan), Velikom Gradištu (za 6. dan), Kragujevcu (za 2., 3. i 7. dan), Kraljevu (za 1., 2. i 5. dan) i Nišu (za 1. dan). Treba napomenuti da su negativni trendovi dobijeni za prvi od deset dana sa najviše padavina u jugoistočnoj Srbiji (Kraljevo, Niš i Vranje). Kada se osrednjavanje uradi za celu Srbiju, nađeni su rastući trendovi za svaki od deset dana u godini (sl. 6.14).



Slika 6.13. Trendovi dnevnih padavina (mm/10 godina) tokom prvih deset dana sa najviše padavina u: a) Loznici, b) Paliću, c) Novom Sadu, d) Sremskoj Mitrovici, e) Beogradu, f) Velikom Gradištu, g) Kragujevcu, h) Kraljevu, i) Nišu i j) Vranju. Statistički značajni trendovi na 5% nivou su označeni sivom bojom, a neznačajni belom.



Slika 6.13. Nastavak.

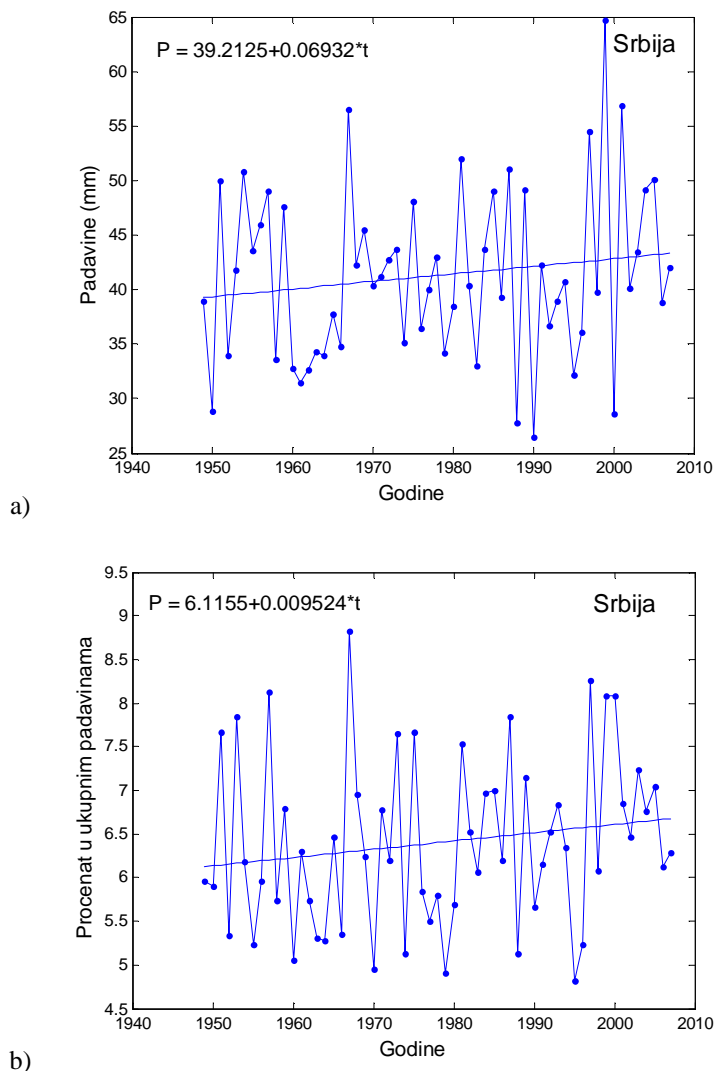


Slika 6.14. Trendovi dnevnih padavina (mm/10 godina) tokom prvih deset dana sa najviše padavina u Srbiji.

Zatim je razmatran dan sa najviše padavina. Slika 6.15a pokazuje da se srednja vrednost padavina u danu sa najviše padavina povećavao približno 0,69 mm/10 godina tokom perioda proučavanja. To predstavlja povećanje padavina za približno 9% za dan sa najviše padavina od 1949. god.. Međutim, sl. 6.15b pokazuje da nije bilo značajne promene u doprinosu dana sa najviše padavina u ukupnim godišnjim padavinama. Ovo potvrđuje zaključak Michaels i sar. (2004) da postoji porast u količini padavina.

6.3.5 Analiza indeksa padavina

Cilj ovog odeljka je da se detektuju moguće promene u frekvenciji događaja sa intenzivnim padavinama. Od interesa je videti koji percentil predstavljaju 10 mm i 20 mm padavina za svaku stanicu u Srbiji. Dobijeni rezultati su predstavljeni u tab. 6.8, odakle se može videti da su najniže vrednosti percentila dobijene za Loznicu (92,6 % i 97,6 %, respektivno), gde su zabeležene najveće mesečne padavine u Srbiji. Za ostale stanice vrednosti percentila za 10 mm i 20 mm variraju između 93,6–95,9 % i 98,1–98,9 %, respektivno.



Slika 6.15. Vremenske serije: a) padavina za dan sa najviše padavina u godini i b) procenat u ukupnim godišnjim padavinama koji doprinose najvlažnijem danu, osrednjeno preko cele Srbije (1949–2007. god).

Rezultati analize tendencija za četiri padavinska indeksa su predstavljeni u tab. 6.9 za dva perioda: 1949–1975. i 1976–2007. Dekadni koeficijenti trenda nisu značajni na 5 % nivou, osim za Kragujevac (R95T i R95) i Veliko Gradište (RR20 i R95) tokom perioda 1949–1975. Prema tab. 6.9, padavinski indeksi ukazuju da su veoma intenzivne padavine (t.j., RR20, R95T i R95) porasle gotovo preko cele teritorije Srbije do kraja 20. veka i kasnije. Slični rezultati su

dobijeni za oblast Karpata (Bartholy i Pongrác, 2007). Najveće promene u broju stanica sa rastućom tendencijom padavinskih indeksa su osmotrene za dva indeksa (RR10 i R95T) u periodu 1976–2007. god., u odnosu na period 1949–1975. god. (tab. 6.9).

Tabela 6.8. Procenat (%) koji predstavljaju 10 mm i 20 mm padavina za: Palić (PA), Novi Sad (NS), Sremsku Mitrovicu (SR), Beograd (BG), Veliko Gradište (VG), Loznicu (LO), Kragujevac (KG), Kraljevo (KR), Niš (NI) i Vranje (VR).

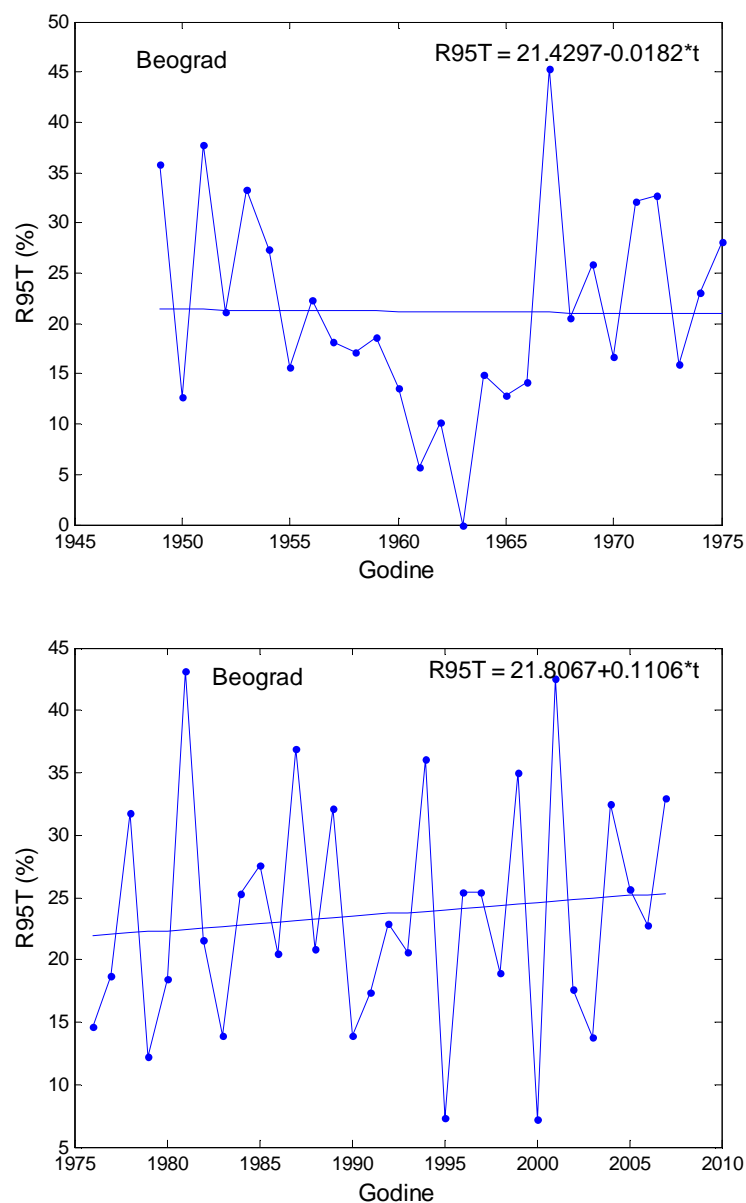
Stanica Padav.	PA	NS	SR	BG	VG	LO	KG	KR	NI	VR
10 mm	95,9	94,9	94,9	94,4	94,5	92,6	94,7	93,6	95,2	95,1
20 mm	98,9	98,6	98,7	98,3	98,5	97,6	98,7	98,1	98,9	98,7

Tabela 6.9. Koeficijenti trenda RR10, RR20, R95T i R95 indeksa po dekadi tokom perioda 1949-1975. i 1976-2007. za: Palić (PA), Novi Sad (NS), Sremsku Mitrovicu (SR), Beograd (BG), Veliko Gradište (VG), Loznicu (LO), Kragujevac (KG), Kraljevo (KR), Niš (NI) i Vranje (VR). Statistički značajni koeficijenti trend na 5% nivou značajnosti su podebljani.

Stanica a Indeks	PA	NS	SR	BG	VG	LO	KG	KR	NI	VR
	1949-1975									
RR10	0,10	0,20	-0,05	0,60	1,00	0,20	2,40	0,90	1,80	0,40
RR20	0,40	-0,40	-0,20	0,10	-0,80	0,01	0,30	0,20	0,30	0,10
R95T	0,90	-1,90	-1,10	-0,18	-2,20	-2,10	-0,70	0,01	1,40	1,60
R95	0,31	-0,56	-0,16	0,15	-0,61	-0,35	-0,05	0,24	0,29	0,09
	PA	NS	SR	BG	VG	LO	KG	KR	NI	VR
1976-2007										
RR10	1,70	2,50	-0,06	0,7	-0,80	-0,10	0,50	-0,5	0,4	-0,80
RR20	0,20	1,20	0,40	0,10	-0,20	0,80	0,20	0,4	-0,04	0,07
R95T	1,30	2,60	1,80	1,10	0,80	2,20	0,08	2,00	-0,10	0,80
R95	0,30	1,07	0,35	0,44	-0,13	0,70	0,17	-0,05	-0,05	-0,03

Gotovo celu teritoriju Srbije karakteriše pozitivan trend RR10 tokom perioda 1949–1975. god. (tab. 6.9). Međutim, pozitivni trendovi RR10 su osmotreni na samo pola stanica tokom poslednje 32 godine. Prema tab. 6.9, opadajuće tendencije R95T su detektovane na šest stanica tokom perioda 1949–1975. Pozitivni trendovi su nađeni na 9 stanica u poslednje 32 godine, ukazujući da je indeks R95T porastao između 1975. i 2007. god. iznad većeg dela Srbije.

Vremenska serija R95T za Beograd tokom dva perioda je predstavljena na sl. 6.16. Interesantno je da je pozitivan trend R95T izračunat za period 1976–2007. god., a negativan za period 1949–1975. god.



Slika 6.16. Godišnje vremenske serije R95T za dan sa najviše padavina u Beogradu tokom perioda: a) 1949–1975. i b) 1976–2007. god.

6.4 Zaključak

Prostorna i vremenska varijabilnost padavina zimi i leti u Srbiji za period 1951-2000. je ispitana koristeći EOF, Men-Kendalov test i spektralnu analizu. Prvi EOF ukazuje da je atmosferska cirkulacija velikih razmera usloвила varijabilnost padavina zimi i leti. Vremenska serija (PC1) povezana sa prvim EOF ima opadajući trend zimi. Nađena je visoka korelacija između padavina zimi i NAO. Drugi EOF zimi i leti ima i pozitivne i negativne vrednosti, ukazujući na uticaj Jadranskog mora i reljefa na oblasti koja imaju mediteransku i kontinentalnu klimu. Spektralnom analizom su dobijeni kvazi-ciklusi od oko 16 godina za PC1 zimi i kvazi-trogodišnje oscilacije za PC1 leti. Dobijeni rezultati se slažu sa kvazi-periodičnim oscilacijama koje su objavili autori za različite delove Evrope.

Analizirajući dnevne padavine u Srbiji tokom perioda 1949-2007. god. došlo se do sledećih zaključaka:

Srednje maksimalne dnevne padavine doprinose oko jedne trećine srednjim mesečnim padavinama;

Deset dana sa najviše padavina u godini doprinosi oko 35,5% (232 mm) ukupnim godišnjim padavinama u Srbiji;

Utvrđen je porast, ali statistički neznačajan, za dan sa najviše padavina u Srbiji;

Indeksi koji opisuju veoma intezivne padavine (RR20 i R95T) imaju pozitivan trend od 1976. godine.

7 Varijabilnost godišnjih i ekstremnih padavina u Srbiji

Analizirane su godišnje padavine u Srbiji preko njihove varijabilnosti. Zavisnost tri izabrane apsolutne mere varijabilnosti od srednjih godišnjih padavina je ispitana za oblast od interesa. Analizirana su dva slučaja sa ekstremnim padavinama u Srbiji koristeći gama raspodelu. Varijabilnost i verovatnoća godišnjih i ekstremnih padavina u Srbiji je predstavljena prema Unkašević i sar. (2004) i Tošić i Unkašević (2013), periodičnost padavina u Srbiji prema Tošić i Unkašević (2004), odnosno u Beogradu prema Tošić i Unkašević (2005).

7.1 Ekstremne padavine u Srbiji

Razmatrana su dva slučaja sa ekstremnim padavinama u Srbiji tokom jula 1999. godine i avgusta 2000. godine. U julu 1999. godine ekstremno jake padavine (više od 260 mm), koje su prouzrokovale poplave, dogodile su se u široj oblasti Beograda (sl. 7.1a). Međutim, avgust 2000. godine je bio ekstremno suv u široj oblasti Beograda i u severoistočnoj Srbiji (sl. 7.1b). Mesečne sume padavina su bile između 5 i 10 mm, pa su avgustovske sume padavina bile u intervalima najnižim zabeleženim u tim oblastima. Treba napomenuti da su maksimalne mesečne padavine za beogradsku oblast u junu, a minimalne u februaru.

7.2 Analiza varijabilnosti i verovatnoće padavina

U klimatološkoj analizi, varijabilnost i verovatnoća padavina se izražavaju preko apsolutnih mera. Koristili smo standardno odstupanje (SD), apsolutno srednje odstupanje (AMD) i apsolutnu srednju međugodišnju varijabilnost (MAIV) kao apsolutne mere varijabilnosti. Veza između apsolutnih mera varijabilnosti i srednjih godišnjih padavina (\bar{P}) je data u obliku:

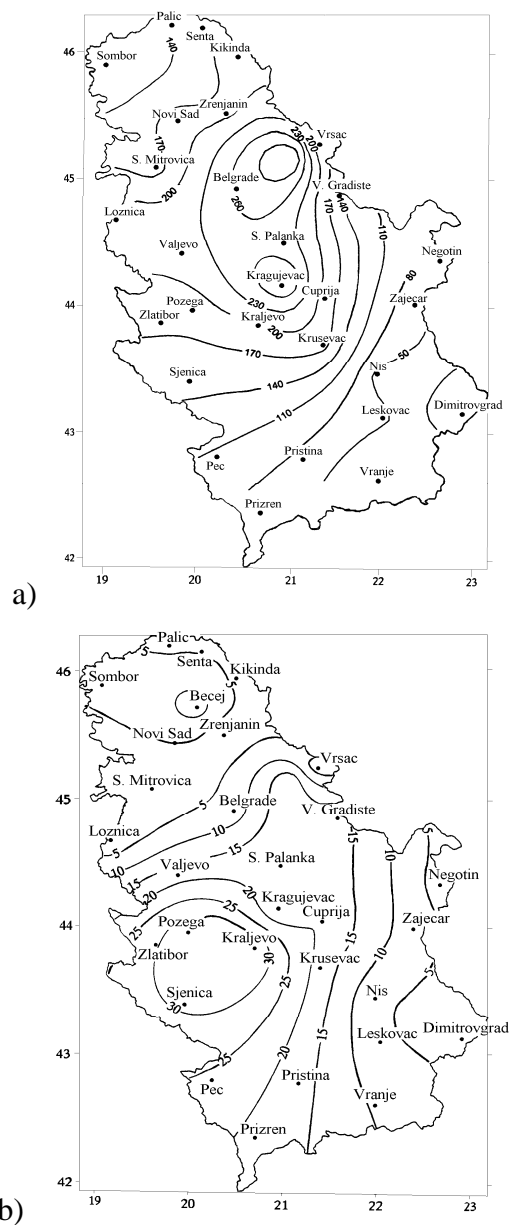
$$SD = -19,29 + 0,2035\bar{P},$$

$$AMD = -19,24 + 0,1675\bar{P},$$

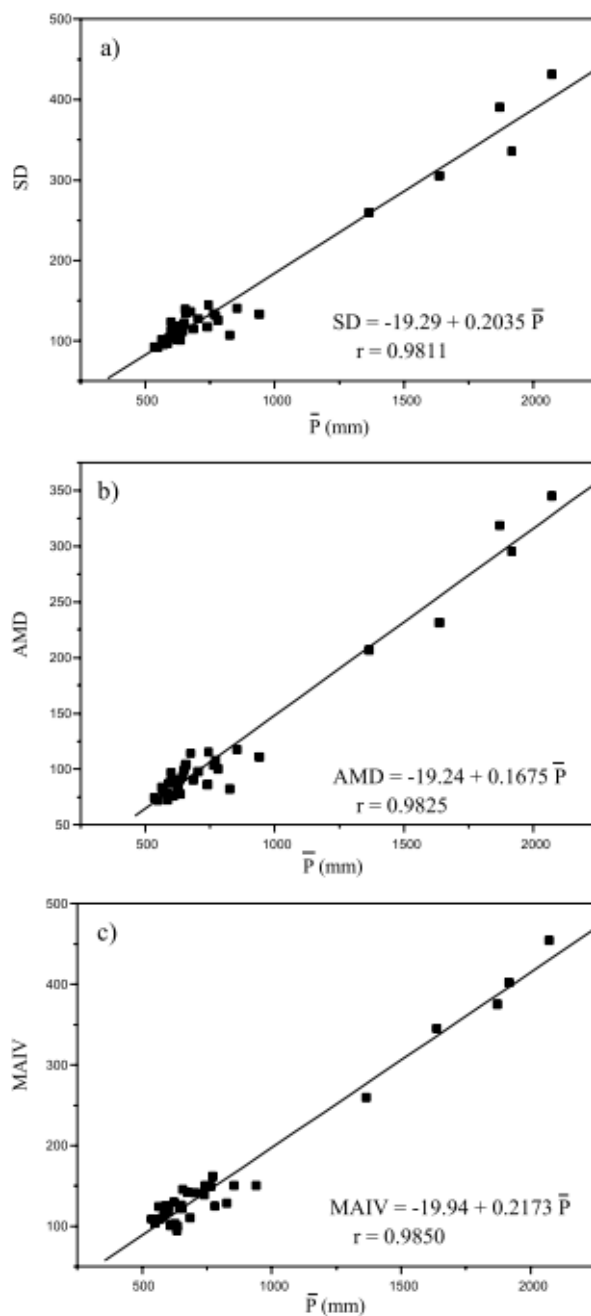
$$MAIV = -19,94 + 0,2173\bar{P},$$

gde su srednje godišnje padavine date u mm (sl. 7.2). Takođe je na sl. 7.2 dat i koeficijent korelacije (r) i linearna regresija. Velike vrednosti koeficijenta

korelacije (0,9811; 0,9825; 0,9850, respektivno) pokazuju da su linearne veze između apsolutnih mera varijabilnosti i srednjih godišnjih padavina u Srbiji statistički veoma značajne (preko 0.01%).



Slika 7.1. Mesečne sume padavina u Srbiji za: a) jul 1999. god. i b) avgust 2000. godine.



Slika 7.2. Dijagrami linearne regresije između: a) standardnog odstupanja (SD), b) apsolutnog srednjeg odstupanja (AMD), c) apsolutne srednje međugodišnje varijabilnosti (MAIV) i srednjih godišnjih suma padavina (\bar{P}); r je koeficijent korelacije.

Za normalno raspodeljene nizove globalnih padavina Landsberg (1951) je našao da je odnos MAIV i SD bio 1,129. Za sve stanice u Srbiji i Crnoj Gori dobijen je odnos od 1,079 (tab. 7.1). Dakle, dobijeni rezultati su uporedivi sa rezultatima Landsberga.

Tabela 7.1. Odnos apsolutne srednje međugodišnje varijabilnosti (MAIV) i standardnog odstupanja (SD) za stanice u Srbiji i Crnoj Gori.

N	stanica	Visina (m)	MAIV/SD	N	stanica	Visina (m)	MAIV/SD
1	Kikinda	81	1.13	19	Novi Sad	84	1.12
2	Palić	102	1.17	20	Beograd	132	0.96
3	Srem.Mitrovica	81	1.10	21	Kragujevac	185	1.01
4	Sombor	88	1.19	22	Herceg Novi	10	0.96
5	Vel. Gradište	82	1.04	23	Bar	4	0.99
6	Zrenjanin	80	1.14	24	Podgorica	49	1.13
7	Senta	80	1.22	25	Dimitrovgrad	450	0.99
8	Vršac	84	1.03	26	Kraljevo	215	1.11
9	Ćuprija	123	1.09	27	Leskovac	230	0.98
10	Kruševac	166	0.88	28	Niš	201	1.14
11	Sm. Palanaka	122	0.88	29	Požega	310	1.19
12	Valjevo	176	0.99	30	Prizren	402	1.04
13	Zaječar	144	0.96	31	Sjenica	1038	1.11
14	Loznica	121	1.20	32	Vranje	432	0.94
15	Negotin	42	1.08	33	Peć	498	1.07
16	Priština	573	1.12	34	Nikšić	647	1.07
17	Zlatibor	1028	1.13	35	Kolašin	944	1.05
18	Pljevlja	784	1.13		Srednja vrednost		1.07

7.3. Raspodela frekvencija ekstremnih padavina

Statistička analiza maksimalnih (AMMAX) i minimalnih godišnjih (AMMIN) padavina za Beograd u periodu od 1888. do 2000. godine je urađena koristeći gama raspodelu.

Gama raspodela sa dva parametra je specijalan slučaj Pirsonove raspodele tipa III, kada je parametar položaja nula. Funkcija gustine raspodele (PDF) je data jednačinom:

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right), \quad x > 0, \quad \alpha, \beta > 0,$$

gde su α i β parametri oblika i razmera, respektivno. Γ je gama funkcija.

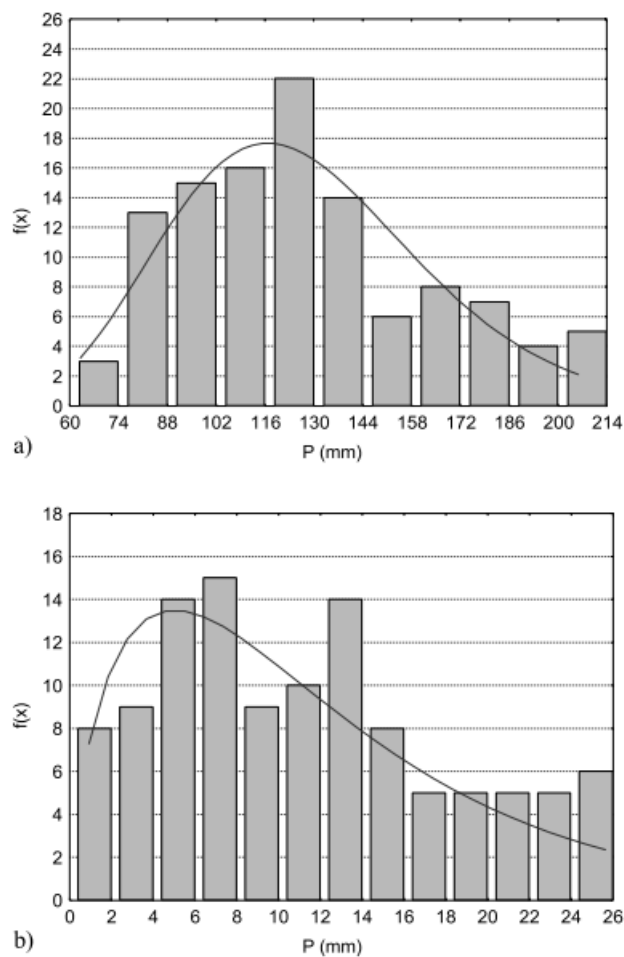
7.3.1 Analiza dva slučaja sa ekstremnim padavinama u Srbiji

Razmatrane su posebno AMMAX i AMMIN padavine tokom 113 godina u Beogradu. Ekstremne padavine su bile prouzrokovane širom ciklonskom i anticiklonskom aktivnošću koja je trajala nekoliko dana i gotovo mesec dana, respektivno.

Testiranje valjanosti gama raspodele na podatke je urađeno koristeći hi-kvadrat test dobrote prilagođavanja. Parametri gama raspodele (α , β) su ocenjeni metodom momenata. Empirijska i gama raspodela AMMAX i AMMIN padavina su prikazane na sl. 7.3, dok su empirijske i teorijske statistike prikazane u tab. 7.2. Uslov $\chi^2 < \chi_{0,05}^2$ zadovoljava gama raspodela za oba seta podataka. Dakle, može se smatrati da su AMMAX i AMMIN padavine u Beogradu raspodeljene prema gama raspodeli.

Tabela 7.2. Empirijske i teorijske statistike za AMMAX i AMMIN padavine u Beogradu tokom perioda 1888-2000. god.

Podaci	Empirijska χ^2 statistika	Teorijska $\chi_{0,05}^2$ statistika
AMMAX padavine	10,332	15,507
AMMIN padavine	13,673	18,307



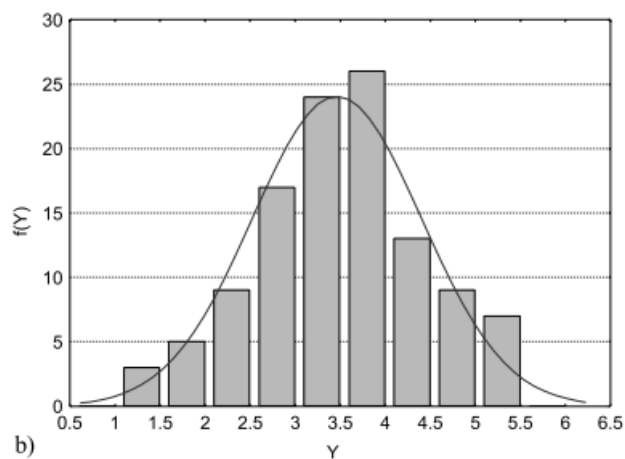
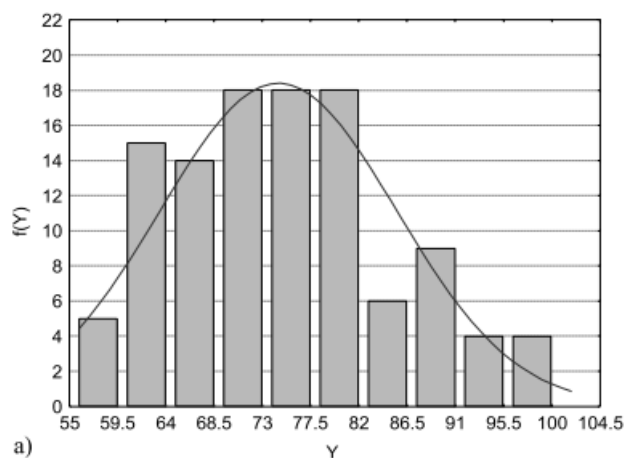
Slika 7.3. Empirijska i gama raspodela za: a) AMMAX i b) AMMIN padavine u Beogradu tokom perioda 1888-2000. god.

Normalna raspodela je asimptotski slučaj gama raspodele kada parametar oblika teži ka beskonačnosti. Prema Dingens i Steyart (1971) podaci (x) se transformišu na normalnu raspodelu (Y) koristeći transformacije:

$$Y = 2 \left(\frac{x}{\beta} \right)^{1/2}, \text{ za AMMAX padavine i}$$

$$Y = 2 \left(\frac{x}{\alpha\beta} \right)^{1/3}, \text{ za AMMIN padavine,}$$

gde su α i β parametri gama raspodele. Dobijeni rezultati su predstavljeni na sl. 7.4. Rezultujuće empirijske i teorijske statistike za transformisani oblik AMMAX i AMMIN padavina su pokazane u tab.7.3. Iz tabele se može videti da se transformisane AMMAX i AMMIN padavine normalno raspodeljene.



Slika 7.4. Transformisani oblik game u normalnu raspodelu za: a) AMMAX i b) AMMIN padavine u Beogradu tokom perioda 1888-2000. god.

Tabela 7.3. Empirijske i teorijske statistike za transformisani oblik AMMAX i AMMIN padavine u Beogradu tokom perioda 1888-2000. god.

Transformisani oblik:	Empirijska χ^2 statistika	Teorijska $\chi_{0,05}^2$ statistika
AMMAX padavina	11.016	14.067
AMMIN padavina	6.663	12.592

Zatim smo koristili Studentov t -test da bismo odredili moguće razlike između srednjih vrednosti za dva perioda: 1888-1975. god. i 1976-2000. god.; 1888-1970. god. i 1971-2000. god. u Beogradu. Ova statistika se određuje kao:

$$t = \frac{(\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1)}{\left\{ \left[\frac{N_1 S_1^2 + N_2 S_2^2}{N_1 + N_2 - 2} \right] \left[\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right] \right\}^{1/2}},$$

gde $(\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1)$ predstavlja razliku u srednjoj vrednosti ekstremnih padavina, N_1 i N_2 su broj slučajeva unutar svakog podskupa, a S_1 i S_2 su standardna odstupanja u podskupovima. Ako je statistika t izvan granica verovatnoće dvostrane Gausove raspodele t_g (jednaka 1,96 na 0,95 nivou poverenja), pretpostavlja se značajno pomeranje srednje vrednosti. Dobijeni rezultati su predstavljeni u tab. 7.4.

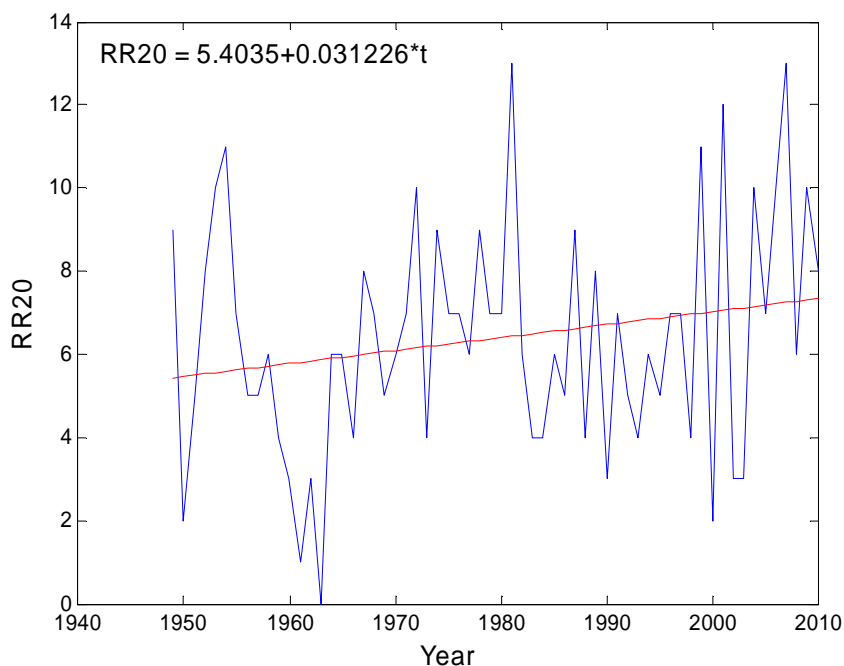
Tabela 7.4. Rezultati Studentovog t -testa za AMMAX i AMMIN padavine u Beogradu za dva ispitivana perioda.

Rezultati t -testa	AMMAX padavine	AMMIN padavine	Period 1	Period 2
	0,0612	0,3714	1888–1975	1976–2000 (25)
	0,3135	0,1306	1888–1970	1971–2000 (30)

Rezultati Studentovog t -testa ukazuju da nije bilo značajnih promena u AMMAX i AMMIN padavinama tokom dva razmatrana perioda. U slučaju intenzivnih padavina u beogradskoj oblasti (najveći iznos padavina od 262,5 mm zabeležen tokom 113 godina) dobija se da je verovatnoća padavina veća od 260 mm 0,0014 sa procenjenim povratnim periodom od preko 700 godina. U drugom slučaju veoma niskih padavina (7,8 mm), verovatnoća padavina manjih od 8 mm je 0,3974 sa povratnim periodom koji prevazilazi 2,5 godine.

7.4. Ekstremne padavine u Beogradu

Glavni cilj ovog odeljka je statistička analiza dnevnih padavina preko 20 mm u Beogradu. Za analizu ekstremnih padavina korišćene su GEV i GPD raspodele. Padavine su izmerene na meteorološkoj Opservatoriji u Beogradu u periodu od 1949. do 2010. godine. Prvo su analizirane padavine preko indeksa RR20 – broj dana sa padavinama preko 20 mm (Klein Tank i sar. 2009). Tendencija RR20 u periodu od 1949. do 2010. godine je predstavljena na sl. 7.5. Kao što se može videti sa sl. 7.5, postoji veoma slab porast vrednosti RR20 na godišnjem nivou u Beogradu. Koeficijent trenda nije bio značajan na 5% nivou značajnosti.



Slika 7.5. Tendencija godišnjeg broja dana sa padavinama preko 20 mm (RR20) u Beogradu tokom perioda 1949-2010. god.

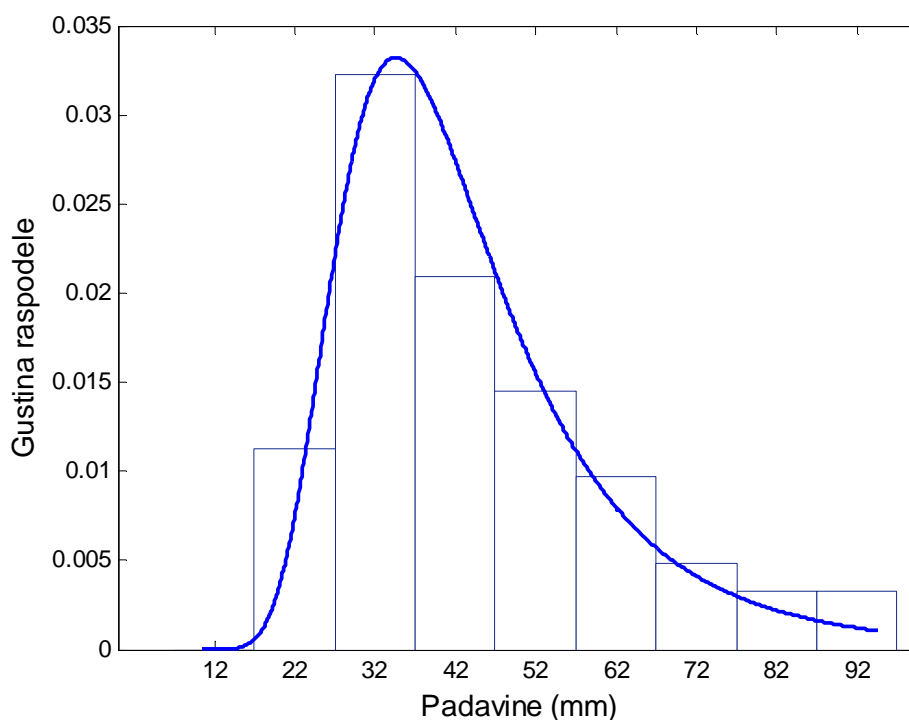
Srednji (TND20) i najveći (HY20) broj dana sa padavinama preko 20 mm po dekadi su izračunati i predstavljeni u tab. 7.5. Može se videti da je maksimalna vrednost TND20 registrovana u poslednjoj dekadi (2001-2010.

god.). Najveća vrednost HY20 (13) je takođe osmotrena u poslednjoj dekadi kao i u dekadi 1981-1990.

Tabela 7.5. Srednji (TND20) i najveći (HY20) broj dana sa padavinama preko 20 mm po dekadi u Beogradu. Najveća vrednost je podebljana.

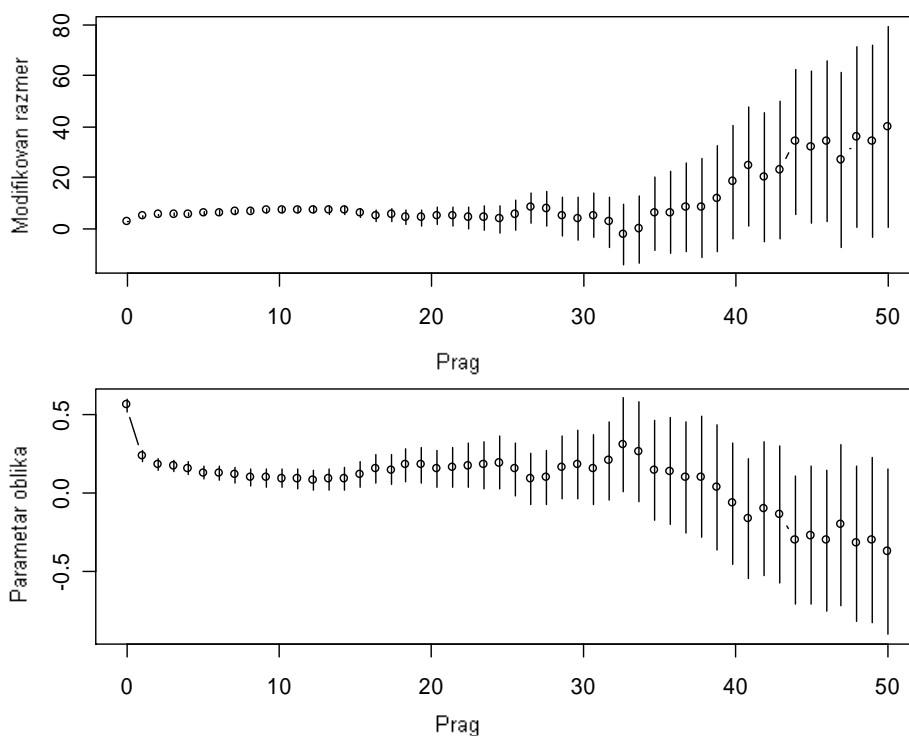
Dekada	1951-1960.	1961-1970.	1971-1980.	1981-1990.	1991-2000.	2001-2010.
TND20	6,4	4,6	7,3	6,2	5,8	8,2
HY20	11	8	10	13	11	13

GEV i GPD su primenjene na maksimalne dnevne padavine u godini (AM) i dnevne padavine (DP) u Beogradu tokom perioda 1949-2010. god., respektivno. Na sl. 7.6 se vidi slaganje gustine raspodele GEV sa histogramom osmotrenih podataka u Beogradu. Testiranje dobrote prilagođavanja GEV sa podacima je urađeno koristeći hi-kvadrat test saglasnosti. Uslov $\chi_n^2 \leq \chi_{n,0.05}^2$ je zadovoljen za AM padavine (4,79 < 11,07).



Slika 7.6. GEV raspodela primenjena na dane sa padavinama preko 20 mm (RR20) u Beogradu tokom perioda 1949-2010. god.

Maksimizacija logaritma funkcije verodostojnosti GEV za AM padavine je dovela do ocena parametara: položaja, razmera i oblika $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (36,22; 11,19; 0,15)$. Dobijene su standardne greške 1,63, 1,27 i 0,11, respektivno. Kombinacijom ocena i standardnih grešaka dobijaju se 95% intervali poverenja (33,69; 38,74) za μ , (9,06; 13,52) za σ i (-0,17; 0,49) za ξ . Kako je dobijena pozitivna vrednost parametra oblika ξ , može se zaključiti da je Frešeova raspodela odgovarajuća za AM padavine. Ocene 100-godišnjih i 10-godišnjih povratnih nivoa su 111,2 mm i 66,4 mm za AM padavine sa 95% intervalima poverenja (84,8; 188,6) i (58,3; 81,1), respektivno.



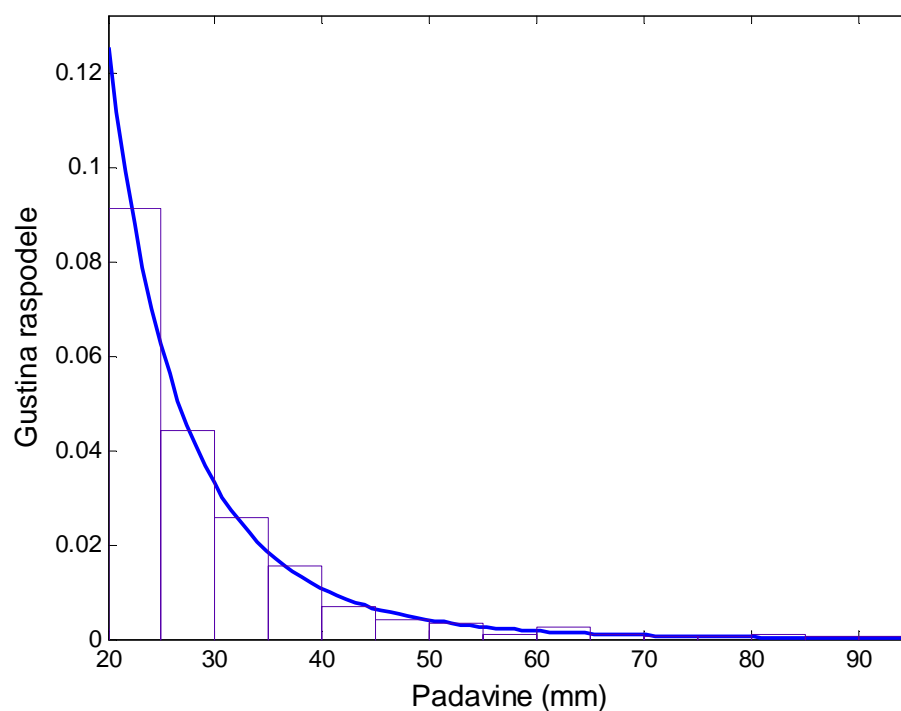
Slika 7.7. Ocene za modifikovani razmer i parametar oblika dobijene metodom maksimalne verodostojnosti za različite vrednosti praga dnevnih padavina u Beogradu (1949-2010).

Kako GPD raspodela koristi više informacija od GEV modela baziranog samo na ekstremnim vrednostima u određenom periodu vremena, npr. najvećoj vrednosti u godini, stoga je GPD raspodela primenjena na dnevne padavine u Beogradu. Ocene dobijene metodom maksimalne verodostojnosti za parametre razmere i oblika prema različitim vrednostima praga za DP su pokazane na sl. 7.7. Prilikom izbora praga treba voditi računa da suviše mala vrednost dovodi do

bajasa, dok suviše visoka vrednost dovodi do velike varijanse (Coles, 2001). Izabran je prag od 20 mm, jer nas interesuju veoma intezivne padavine, a i poremećenja parametara modifikovanog razmera i oblika su mala do izabranog praga (sl. 7.7).

Za padavine preko 20 mm dobijene su ocene parametara metodom maksimalne verodostojnosti $(\hat{\sigma}, \hat{\xi})=(8,05; 0,16)$. Gustina funkcije raspodele (sl. 7.8) GPD je poređena sa histogramom podataka koristeći hi-kvadrat test dobrote prilagođavanja. Uslov $11,86 < \chi^2_{11;0,05}$ je zadovoljen za padavine preko 20 mm.

Procenjeni 100-godišnji i 10-godišnji povratni nivoi su 109,7 mm i 67,0 mm za padavine preko 20 mm, pa su 95% intervali poverenja (89,3; 129,9) i (59,5; 77,7). Dobijeni rezultati su u saglasnosti sa rezultatima dobijenim pomoću GEV.



Slika 7.8. GPD raspodela primenjena na padavine preko 20 mm u Beogradu tokom perioda 1949-2010. god.

7.5. Analiza periodičnosti padavina u Srbiji

Padavine su veoma promenljiv klimatski element i prostorno i vremenski, pa se primenom spektralne analize može dobiti korisna informacija o periodičnosti padavina. Periodičnost godišnjih suma padavina na 11 meteoroloških stanica u različitim delovima Srbije je analizirana koristeći autokorelacionu spektralnu analizu (ASA) i metod sa više prozora (MTM). Statistička značajnost dobijenih perioda je diskutovana. Dobijeni rezultati su poređeni sa rezultatima drugih autora.

7.5.1. Korišćeni podaci

Za analizu su korišćene godišnje sume padavina sa 11 meteoroloških stanica u ravničarskim i planinskim delovima Srbije date u tab. 7.6.

Tabela 7.6. Lista padavinskih stanica sa geografskim karakteristikama i periodom osmatranja.

Regioni i stanice	Latituda	Longituda	Visna (m)	Period
<i>ravničarski</i>				
Senta	45°56'	20°05'	80	1926-1995.
Kikinda	45°51'	20°28'	81	1926-1995.
Zrenjanin	45°24'	20°21'	80	1926-1995.
Vršac	45°09'	21°19'	84	1926-1995.
Sremska Mitrovica	44°58'	19°38'	81	1926-1995.
Beograd	44°48'	20°28'	132	1926-1995.
<i>planinski</i>				
Požega	43°50'	20°02'	310	1926-1995.
Kraljevo	43°44'	20°41'	219	1926-1995.
Dimitrovgrad	43°01'	22°45'	450	1926-1995.
Vranje	42°29'	21°54'	432	1926-1995.
Prizren	42°13'	20°44'	402	1926-1995.

7.5.2. Analiza rezultata

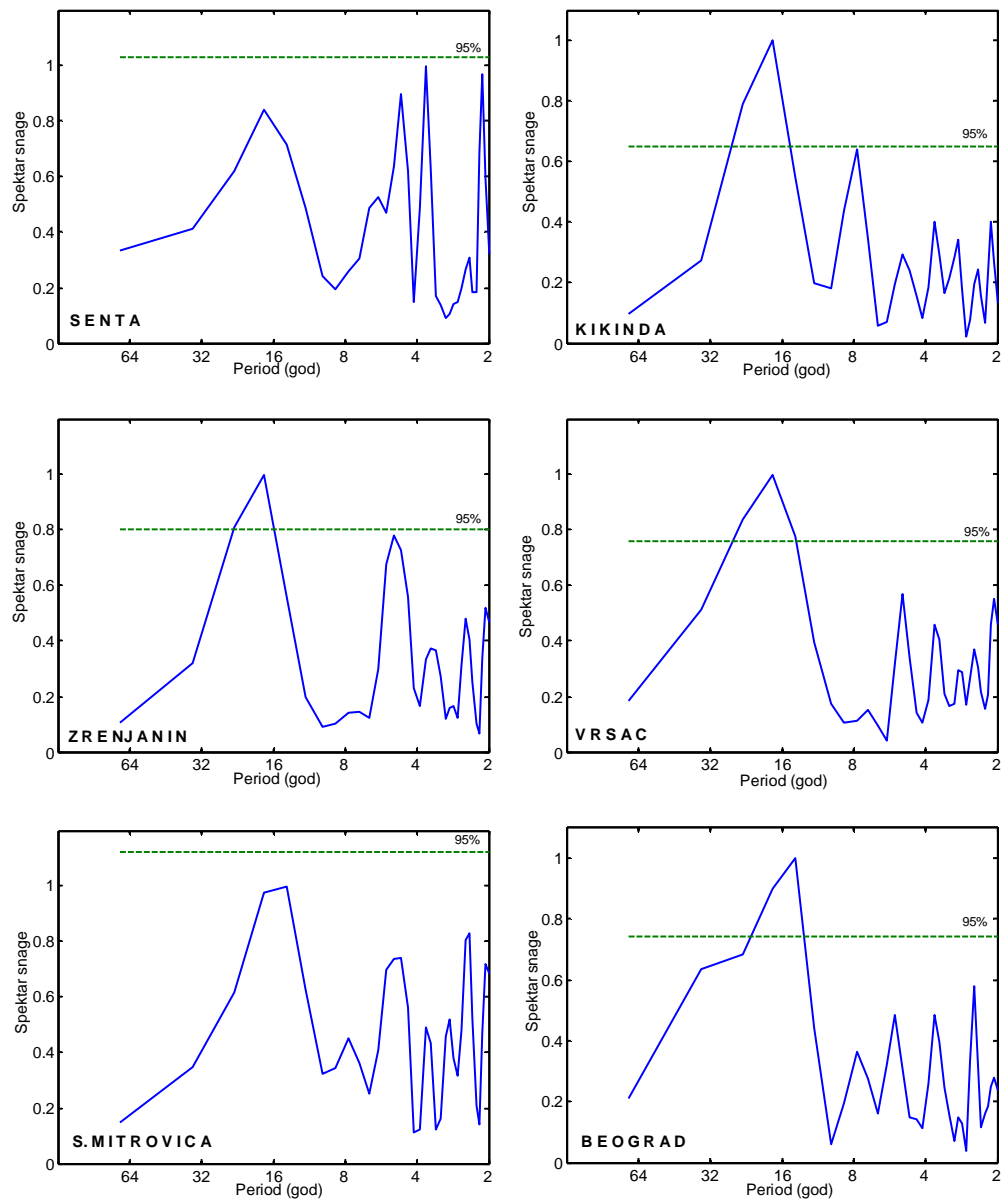
Na sl. 7.9-7.12 su prikazani rezultati dobijeni korišćenjem metoda ASA i MTM. Generalno postoji slaganje oba spektralna metoda za oblik i spektralnu gustinu. Međutim, postoje i razlike u rezoluciji i detekciji signala. Nulta hipoteza je „beli šum”, jer se koefijent korelacije nakon prvog koraka u vremenu ne razlikuje značajno od nule. Jedino je za Prizren nulta hipoteza „crveni šum”.

Spektralnom analizom su dobijeni maksimumi u tri oblasti spektra: oko 2-5, 8 i 14-23,3 godine. Kvazi-dvogodišnja oscilacija (QBO) je registrovana u Požegi (2,5 godine) i Prizrenu (2,0 godine). Značajni maksimumi su izlistani u tab. 7.7. Jedino u Dimitrovgradu nije zabeležen značajan maksimum. Maheras i sar.

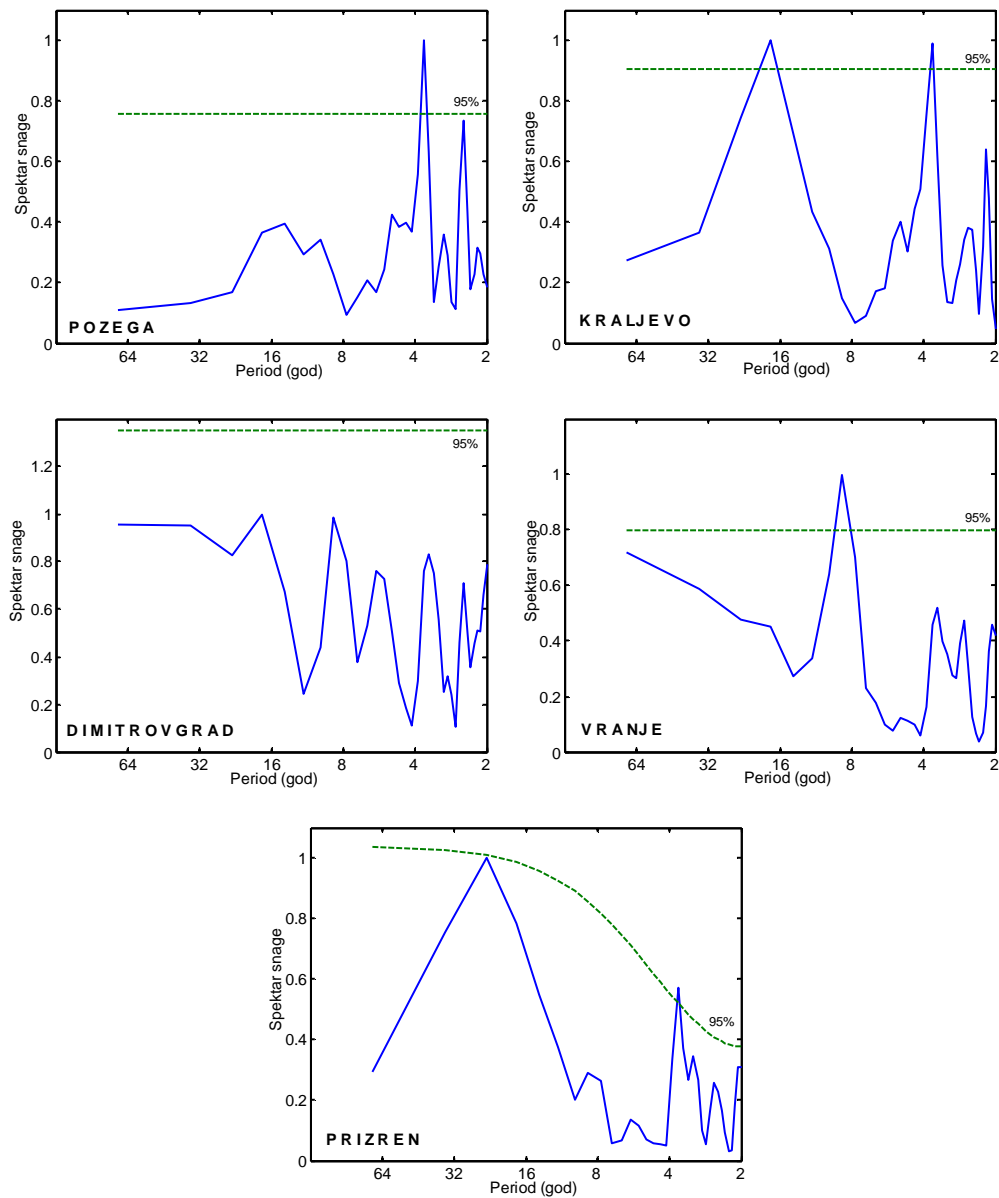
(1992) i Gajić-Čapka (1994) su detektovali QBO kada su proučavali godišnje padavine u centralnom Mediteranu i Hrvatskoj, respektivno. Brázdil i Zolotokrylin (1995) su našli QBO u mesečnim padavinama iznad Evrope. Lana i Burgueño (2000) su detektovali periodičnosti nešto duže od 2 godine u analizi mesečnih i prolećnih anomalija padavina u Barseloni.

Tabela 7.7. Značajni ciklusi (na 95% nivou) anomalija godišnjih padavina.

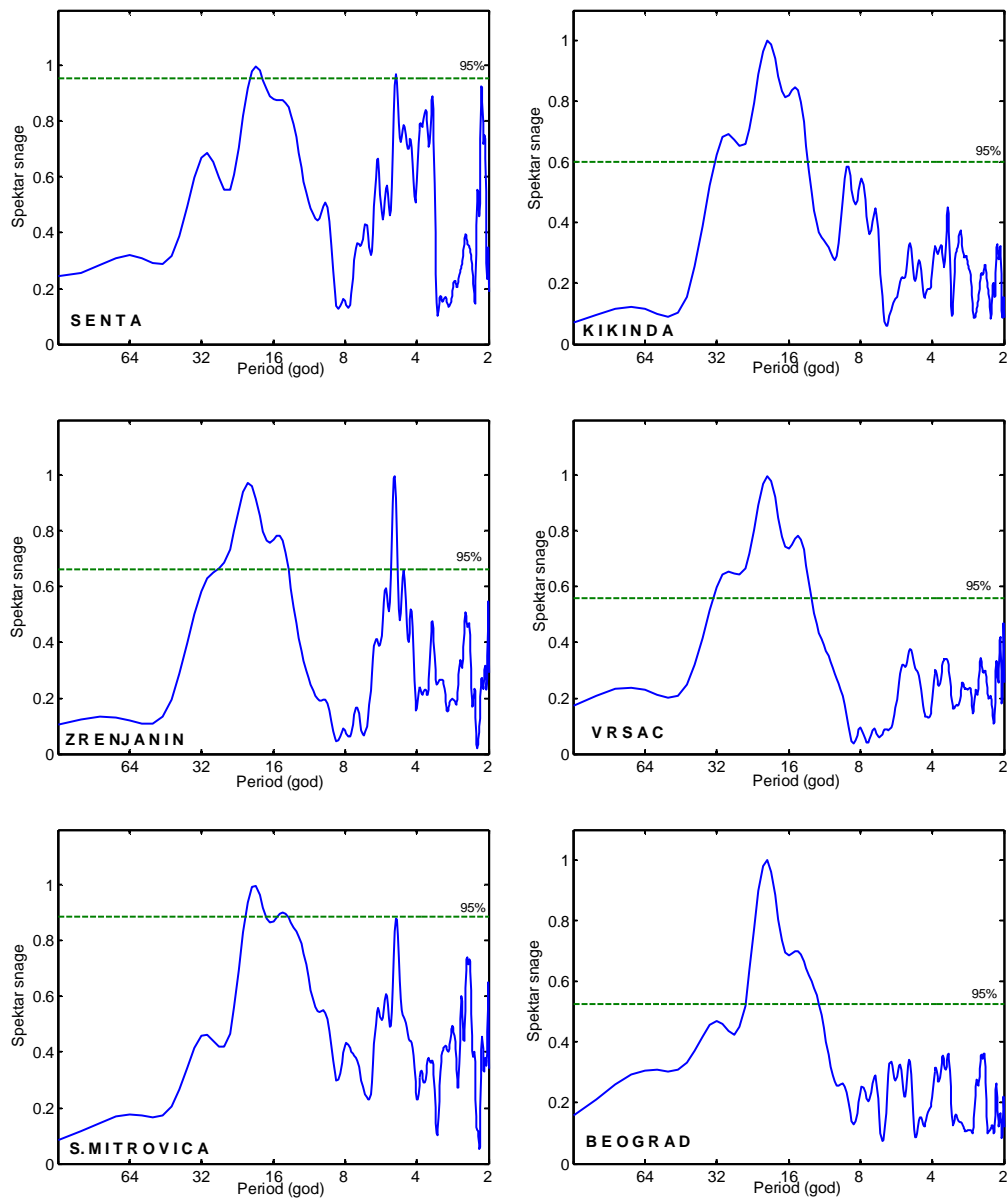
	2	3	5	8	14	18	23,3
Senta			4,9			18,9	
Kikinda				7,8		17,5	23,3
Zrenjanin			4,9		14	17,5	23,3
Vršac					14	17,5	23,3
Sremska Mitrovica			4,9		14,6	17,5	
Beograd					14	17,5	
Požega	2,5	3,7					
Kraljevo		3,7				17,5	
Dimitrovgrad							
Vranje				8,7			
Prizren	2	3,7					23,3



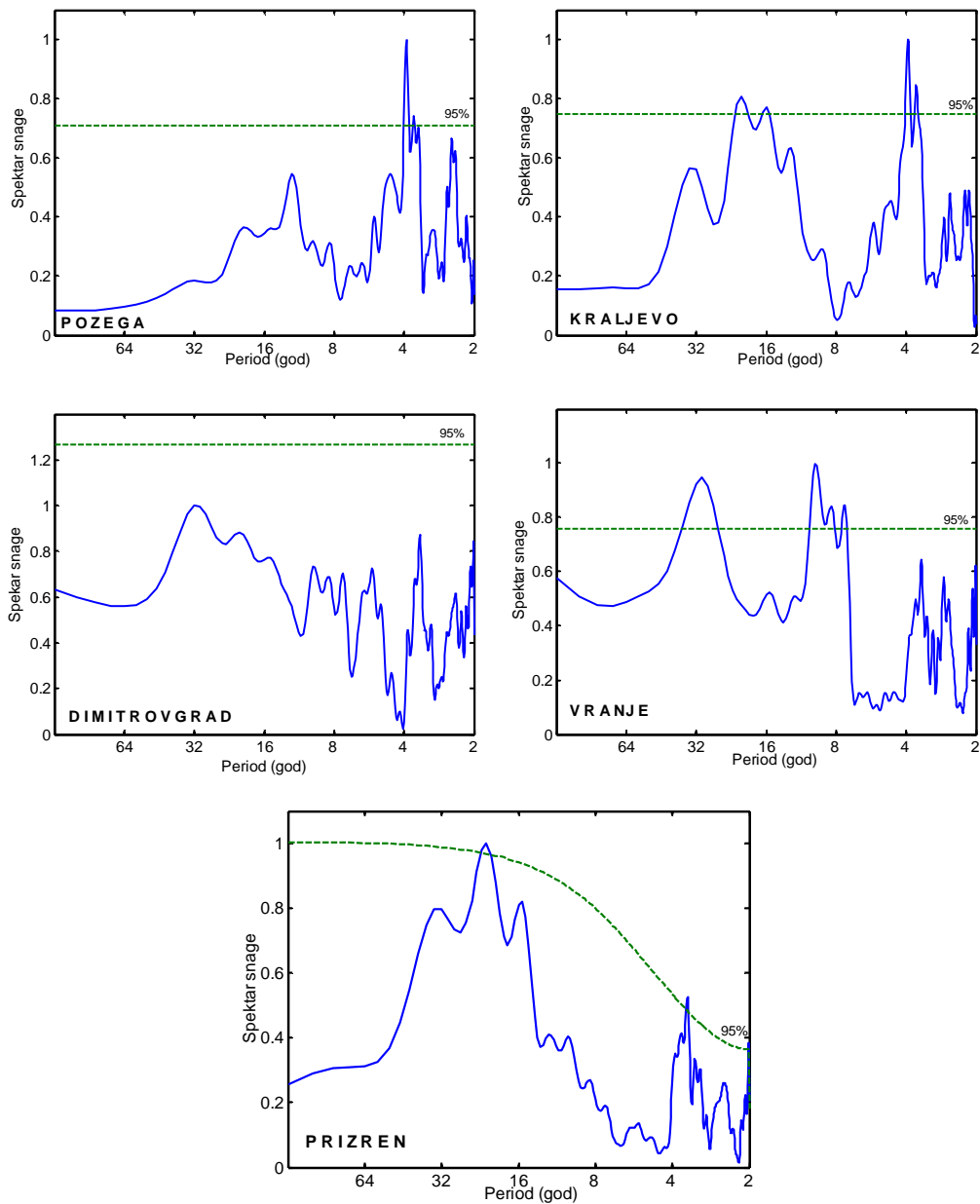
Slika 7.9. Spektri anomalija padavina primenom ASA metoda za stanice u ravničarskom regionu.



Slika 7.10. Spektri anomalija padavina primenom ASA metoda za stanice u planinskom regionu.



Slika 7.11. Kao na sl. 7.9, ali primenom MTM.



Slika 7.12. Kao na sl. 7.10, ali primenom MTM.

7.6. Analiza periodičnosti padavina u Beogradu

Godišnje, sezonske i mesečne sume padavina tokom perioda 1889-2000. u Beogradu su analizirane koristeći ASA, MTM i MESA metod. Na kraju je ispitan uticaj pojava velikih razmera, kao što su El-ninjo južne oscilacije (ENSO) i Severnoatlantska oscilacija (NAO), na padavine.

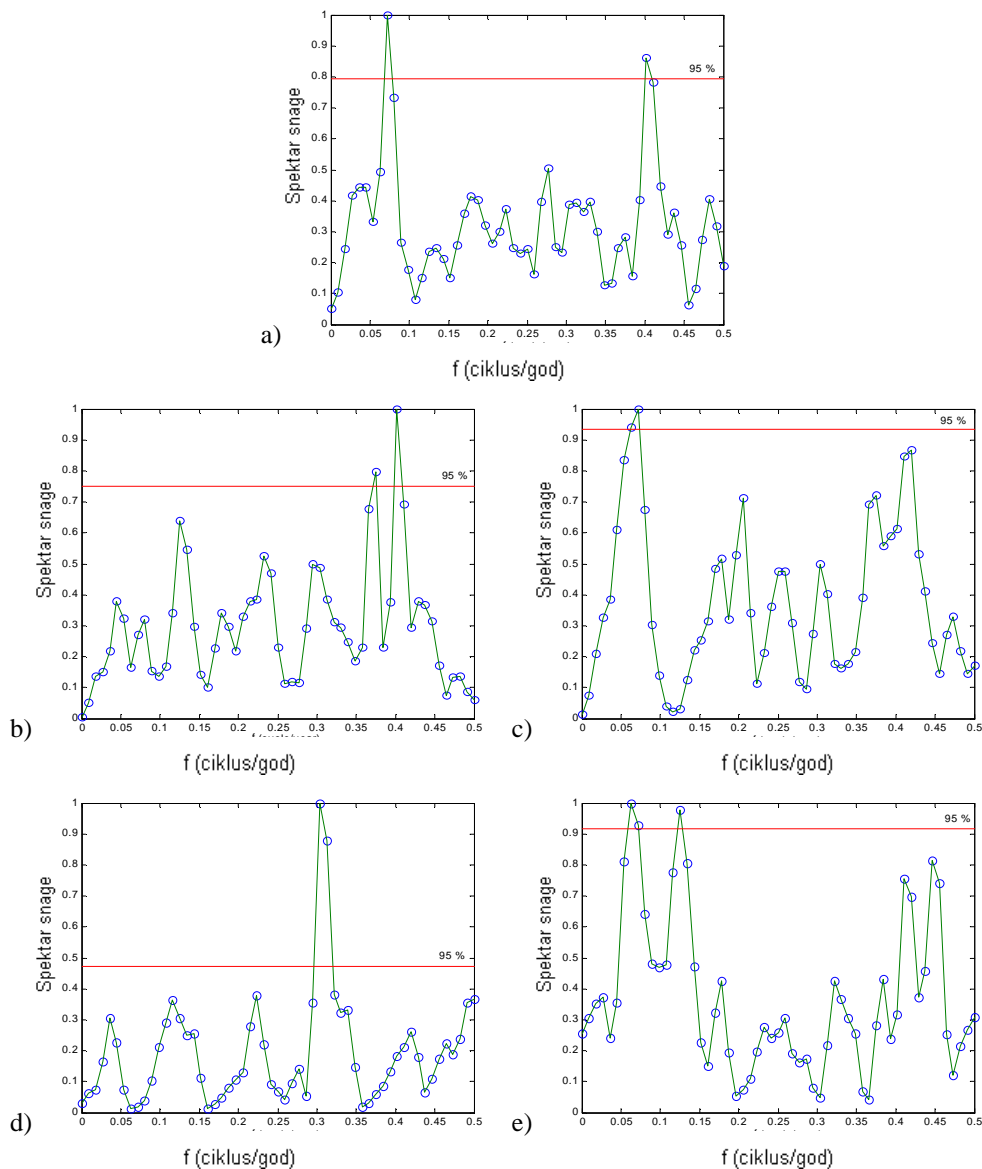
Na sl. 7.13-7.15 su prikazani spektri godišnjih i sezonskih anomalija padavina u Beogradu. Generalno postoji slaganje u obliku spektra koristeći sva tri metoda. Za godišnje anomalije padavina, sva tri metoda pokazuju gotovo identične rezultate. Maksimumi perioda od 2,5 godine i 13,3-16 godina su značajni na 5% nivou. Za padavine u proleće značajni su periodi od 2,5-2,7 i 7,4 godine. Primenom sva tri metoda se dobijaju maksimumi oko 2,5 i 5 godina za padavine leti, a oko 3,2 i 2 godine za padavine u jesen. Za padavine zimi su dobijeni značajni periodi od 2,2, 8 i 14-16 godina (tab. 7.8). Prema tab. 7.8 pomoću sva tri metoda su dobijeni sledeći ciklusi: kvazi-dvogodišnji ciklus (QBO) u godišnjim i svim sezonskim podacima, kvazi-trogodišnji ciklus (QTO) za padavine u jesen, oscilacije od oko 5 godina za letnje padavine i oscilacije od oko 8 godina za padavine zimi, u proleće i jesen. Oscilacije od oko 13-16 godina su otkrivene za godišnje i padavine zimi.

Tabela 7.8. Ciklusi godišnjih i sezonskih anomalija padavina značajni na 5% u Beogradu u periodu 1889-2000. god.

godina	zima	proleće	leto	jesen
2,5	2,2-2,5	2,5-2,7	2,5	2,0 3,2-3,3
	8	7,4	5	
13,3-16	14-16			

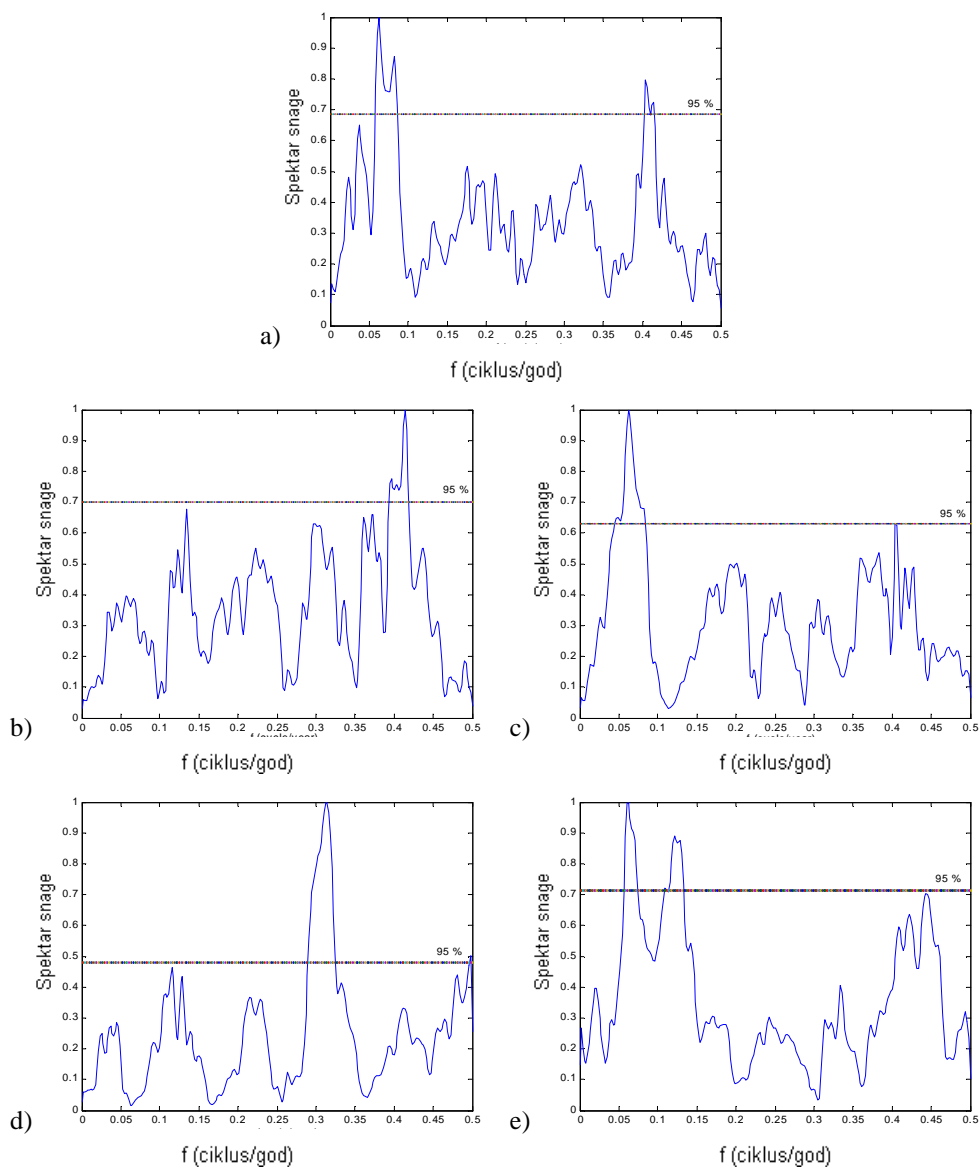
Dobijeni ciklusi se slažu sa rezultatima koji su dobili naučnici za druge oblasti u Evropi. Brazdil i sar. (1985) su našli cikluse od 2-5 godina i 10-16 godina za godišnje sume padavina iznad centralne Evrope. Maheras i Vafiadis (1991) su detektovali QBO u prolećnim i zimskim padavinama u Sofiji i Solunu. Gajić-Čapka (1994) analizirajući godišnje padavine je detektovala QBO i oscilacije od 3,6-3,7 godina za tri različite klimatske oblasti u Hrvatskoj. Lana i Burgueño (2000) su detektovali periodičnosti prolećnih i letnjih padavina od 3-4 i od oko 6 godina, a 4,6 i 16 godina u zimskim padavinama. Analizirajući

sezonske padavine iznad Iberije, Garcia i sar. (2002) su našli sedmogodišnje oscilacije za EOF1 i oscilacije od 2,7 i 16 godina za EOF3.

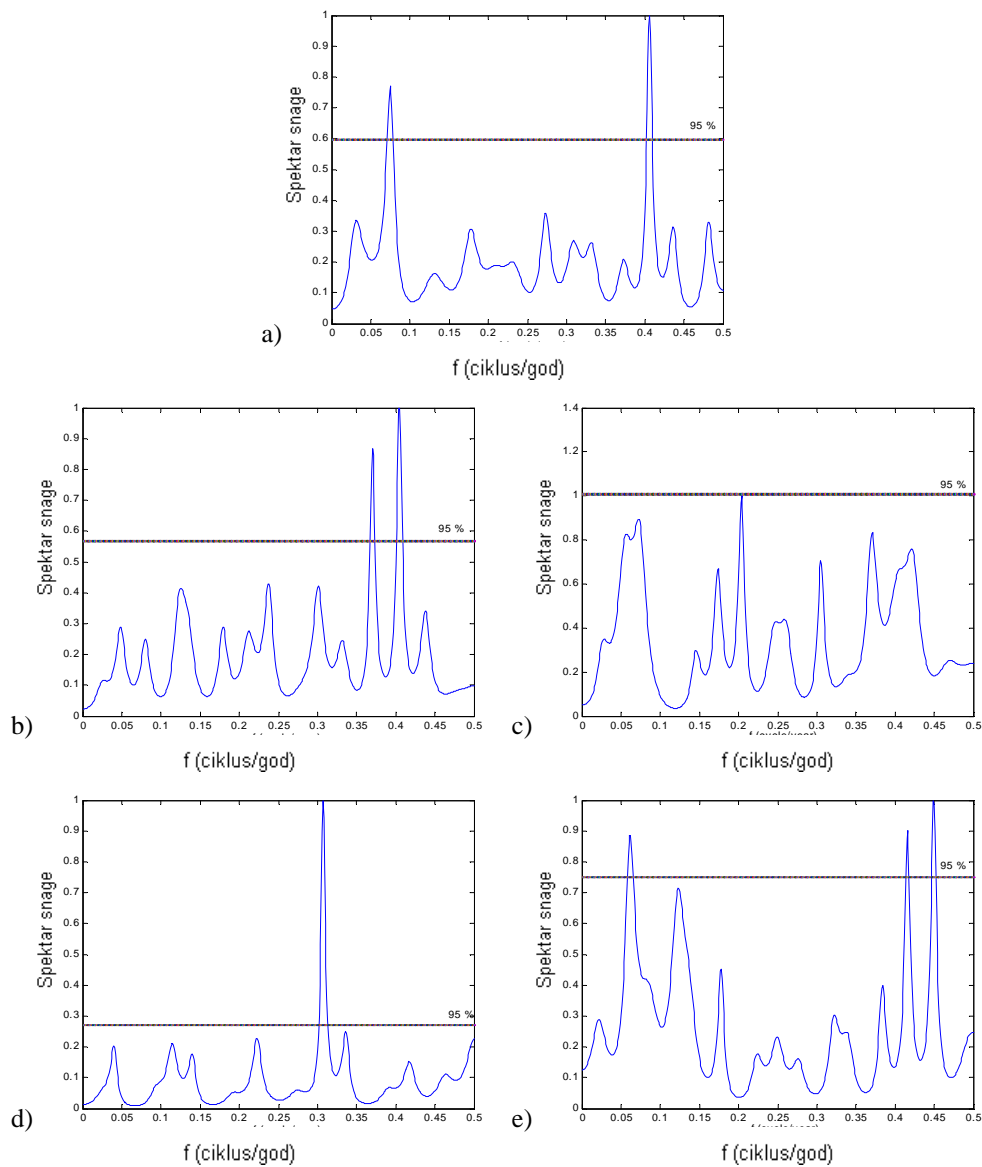


Slika 7.13. Autokorelaciona spektralna analiza: a) godišnjih, b) prolećnih, c) letnjih, d) jesenjih i e) zimskih anomalija padavina u Beogradu (vrednosti su standardizovane da maksimalna vrednost bude 1) i 95% nivo poverenja.

Spektralnom analizom padavina iznad Srbije i Crne Gore Tošić (2004) je otkrila oscilacije od oko 16 godina za EOF1 i QBO za EOF3 zimskih padavina.



Slika 7.14. Kao na sl. 7.13 ali koristeći MTM.



Slika 7.15. Kao na sl. 7.13 ali koristeći MESA.

Zatim su sva tri metoda spektralne analize primenjena na anomalije mesečnih padavina. Maksimumi značajni na 5% nivou značajnosti su pokazani u tab. 7.9. QBO je zabeležen u svim mesecima osim u martu, QTO je registrovan u maju, septembru, oktobru i novembru. Kvazi-četvorogodišnja oscilacija

(QQQ) je detektovana u aprilu, junu i avgustu, a oscilacije od oko 5 do 8 godina u januaru, februaru, martu i oktobru. Oscilacije od 14-16 godina su nađene u maju, avgustu i decembru, a u novembru od 24-28 i od 37-39 godina. Slično našim rezultatima, Brázdil and Zolotokrylin (1995) su našli QBO u mesečnim padavinama iznad Evrope. Lana i Burgueño (2000) su ustanovili oscilacije od 2,4-2,6, 6,1 i 21,3 godine u mesečnoj analizi anomalija padavina za Barselonu. Morala i sar. (2003) su našli kvazi oscilacije od oko 5 godina u Atlantiku. Oni su takođe našli kvazi oscilacije od 3,2 godine u Kantabriji i od oko 4 godine u Kataloniji.

Zatim je ispitana korelacija između padavina u Srbiji i pojava velikih razmera, ENSO i NAO. Povezanost sa ENSO je merena pomoću korelacije sa indeksom južne oscilacije (SOI). Ovaj indeks je izračunat preko razlike u pritiscima na nivou mora između Tahitija i Darvina (Ropelewski i Jones, 1987). Korelacija između padavina u Beogradu i ENSO, odnosno NAO je prikazana u tab. 7.10. ENSO signal je slab i u suprotnoj fazi sa padavinama u Beogradu. Korelacija značajna na 5% nivou je registrovana između padavina i ENSO u proleće (-0,2333).

Tabela 7.9. Ciklusi godišnjih i sezonskih anomalija padavina značajni na 5% u Beogradu u periodu 1889-2000. god.

Mesec						
Januar	2,3-2,8			7-8	9,5	
Februar	2,2-2,3			7-8		
Mart			5,8	6,2-8		
April	2,3		4,2-4,5			
Maj	2,5	3-3,4			14,6-15	
Jun	2,3		4-4,1			
Jul	2,1-2,2					
Avgust	2,6-2,7		4,1-4,2		14, 16,5	
Septembar	2,4-2,5	3,3				
Oktobar	2,0-2,5	3,1		6-9,3		
Novembar	2,0-2,1	3,0-3,5			24-28	37,3-39,4
Decembar	2,7				15,1	

Rodó i sar. (1996) su ukazali da je ENSO signal zabeležen na stanicama skocentrisanim u jugoistočnoj oblasti Iberijskog poluostrva na bazi korelacija između padavina u proleće i zimskog SOI. Prema tab. 7.10, pozitivne korelacije su registrovane između ENSO i padavina u septembru kao i između ENSO i padavina u novembru. Takođe, značajne korelacije (iznad 5% nivoa) su

zabeležene između: SOI u februaru i padavina u maju, SOI u martu i padavina u maju, kao i SOI u maju i padavina u julu.

Tabela 7.10. Koeficijent korelacije između El ninjo-južne oscilacije/Severnoatlantske oscilacije i padavina u Beogradu.

	SOI	NAO
Januar	0,0278	0,3698 **
Februar	0,1132	0,3729 **
Mart	0,0762	0,2493 **
April	0,0851	0,1714
Maj	0,1559	0,0767
Jun	0,0273	0,0644
Jul	0,0420	0,2038 *
Avgust	0,0886	0,0040
Septembar	0,1833	0,2236 *
Oktobar	0,1238	0,3014 **
Novembar	0,0345	0,2932 **
Decembar	0,0488	-0,1610
Zima	0,1494	0,4636 **
Proleće	0,2333 *	0,0424
Leto	0,0684	0,1491
Jesen	0,0418	0,2291 *
Godina	0,1538	0,1302

* značajan na 5% nivou

** značajan na 99% nivou

Uticaj Severnoatlantske oscilacije na varijabilnost padavina u Beogradu je ispitan preko NAO indeksa, koji predstavlja normalizovanu razliku pritiska između Ponta Delgade i Rejkjavika (Hurrel, 1995). Negativna korelacija značajna na 1% nivou značajnosti je otkrivena između NAO i padavina zimi, kao i padavina u januaru, februaru, martu, oktobru i novembru. Takođe negativna korelacija ali na 5% nivou značajnosti je nađena između NAO i padavina u jesen, julu i septembru.

7.7. Zaključak

Analizom varijabilnosti godišnjih padavina u Srbiji i ekstremnih padavina u Beogradu došlo se do sledećih zaključaka:

- sve tri mere varijabilnosti rastu sa porastom srednjih mesečnih padavina;
- odnos MAIV i SD je 1,079;
- gama raspodela se može uspešno primeniti na minimalne i maksimalne godišnje sume padavina.

Na osnovu analize godišnjih, sezonskih i mesečnih padavina u Beogradu može se zaključiti:

- anomalije godišnjih, prolećnih i jesenjih serija pokazuju statistički neznačajan negativan trend, dok letnje i zimske anomalije neznačajan pozitivan trend;
- negativan trend padavina je u februaru značajan na 5% nivou, a nije značajan u januaru, martu, maju, julu, avgustu i oktobru;
- kvazi-dvogodišnje oscilacije su nađene u godišnjim i sezonskim padavinama, kvazi-trogodišnje u jesen, oscilacije od oko 5 godina u leto, a oko 8 godina zimi, u proleće i u jesen;
- kvazi-periodične oscilacije od 2-8 i od 13-16 godina nađene u ovom proučavanju se slažu sa rezultatima koje su dobili istraživači za ostale delove Evrope;
- oscilacije od 13-16 godina su detektovane u godišnjim i zimskim padavinama;
- oblast Beograda je pod snažnim uticajem NAO zimi, a ENSO utiče na padavine u proleće.

8 Analiza vlažnih i sušnih perioda

Analizirani su vlažni i sušni periodi koristeći standardizovani indeks padavina (SPI) za vremenske razmere od 1, 3, 6 i 12 meseci (SPI1, SPI3, SPI6 and SPI12) na 10 stanica u Srbiji u periodu 1949–2011. god. prema Tošić i Unkašević (2013b). Raspodela mesečnih suma padavina za svaku stanicu je modelovana gama raspodelom. Na osnovu vrednosti SPI, izračunati su jačina i trajanje vlažnih i sušnih perioda. Generalizovana Pareto raspodela (GPD) je primenjena na SPI vrednosti za vremenske razmere od 1 i 12 meseci tokom perioda 1936-2011. god. u Beogradu. Takođe, jačina i trajanje vlažnih i sušnih perioda za vremenske razmere od 1 i 12 meseci su analizirani koristeći teoriju ekstremnih vrednosti.

8.1 Izračunavanje SPI

Izračunavanje SPI obuhvata ispitivanje prilagođenosti gama funkcije na frekvenciju suma padavina za određenu stanicu. Parameteri gama raspodele su ocenjeni za svaku stanicu, za vremenski razmer od interesa (1, 3, 6 ili 12 meseci) i za svaki mesec u godini. Gustina gama raspodele je definisana kao:

$$g(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, \quad x > 0$$

gde su α i β parametri oblika i razmera, x je količina padavina i $\Gamma(\alpha)$ je gama funkcija. Da bi se dobili parametri α i β , koristi se metod maksimalne verodostojnosti. Rezultujući parametri se zatim koriste za pronalaženje kumulativne verovatnoće osmotrenih padavina za dati mesec i vremenski razmer. Nakon izračunavanja, kumulativna verovatnoća se transformiše u standardizovanu normalnu slučajnu promenljivu z sa srednjom vrednošću 0 i varijansom 1, što je vrednost SPI. Nakon standardizovanja, jačina anomalije se klasifikuje kao u tab. 8.1. Standardizacija obezbeđuje uniformnu meru vlažnih i sušnih perioda u različitim klimatskim režimima.

Jačina vlažnih i sušnih perioda je definisana kao kumulativna suma mesečnih SPI vrednosti razmatrajući SPI vrednosti iznad ili ispod određenog praga, a trajanje kao broj dana za koje su SPI vrednosti bile iznad ili ispod tog praga (Mihajlović 2006). U oba slučaja izabran je prag za koji su vrednosti SPI

bile veće ili manje od +1 ili -1, što predstavlja granicu za umereni vlažni ili sušni period.

Tabela 8.1. Klasifikacija SPI vrednosti (McKee i sar. 1993).

SPI vrednost	kategorija
2,00 ili više	ekstremno vlažno
1,50 do 1,99	veoma vlažno
1,00 do 1,49	umereno vlažno
-0,99 do 0,99	skoro normalno
-1,00 do -1,49	umereno suvo
-1,49 do -1,99	veoma suvo
-2,00 ili manje	ekstremno suvo

8.2 Analiza vlažnih i sušnih perioda u Srbiji

Koristeći SPI12 vrednosti, nekoliko vlažnih i sušnih perioda je registrovano u Srbiji: najjači vlažni periodi tokom 1955–56, 1970–71, 1999–2000, 2004–2006 i 2010–2011. god. (tab. 8.2) i najjače suše tokom 1950–52, 1990–91, 1992–94, 2000–2001 i 2006–2008. god. (tab. 8.3). Vlažni periodi tokom 1955–56. i 1970–71. su osmotreni na svim stanicama osim u Loznici. Suša je zabeležena u Srbiji u periodu 2000–2001. osim na stanicama u Loznici i Novom Sadu. Najduži vlažan period sa trajanjem od 47 meseci i jačinom od 84,7 je bio u Novom Sadu (osenečeno u tab. 8.2) od avgusta 1996. do juna 2000. godine, dok je najjača suša bila u Nišu (osenečeno u tab. 8.3) od jula 2006. god. do marta 2008. god. (sa trajanjem od 21 meseca i jačinom od 63,0). Jačina najduže suše (sa trajanjem od 29 dana) registrovana u Vranju nije bila jačine kao suša koja je trajala 21 mesec u Nišu. Najčešće pojave suše su registrovane u Nišu (7 puta sa trajanjem dužim od 12 meseci). Prema tab. 8.2, možemo videti da suše postaju duže idući od severa ka juga Srbije. Frekvencija pojave suša u južnoj Srbiji je veća nego u drugim delovima Srbije.

8.3 Vlažni i sušni periodi tokom 1999-2000. god.

Interesantno je da su veoma jaki vlažni i suvi periodi sledili jedan za drugim tokom perioda 1999–2001. Mapa SPI1 za jun 1999. god. je ukazala na umereno vlažne uslove u Srbiji (nije pokazano), dok se sa mape SPI1 vide ekstremno vlažni uslovi u severnoj Srbiji tokom jula 1999. (sl. 8.1a). Razlog za vlažne uslove u julu 1999. god. može se videti na sl. 8.2a, na kojoj je pokazana prostorna raspodela pritiska na nivou mora iznad Evrope.

Tabela 8.2. Lista vlažnih perioda sa trajanjem i jačinom za SPI12 (za trajanje duže od 8 dana)
u: a) Paliću, b) Novom Sadu, c) Sremskoj Mitrovici, d) Beogradu, e) Velikom Gradištu, f)
Loznici, g) Kragujevcu, h) Kraljevu, i) Nišu i j) Vranju. Najjači period je osenčen.

a)

Početak-kraj	trajanje	jačina
10/1955-7/1956	10	15,4
1/1965-9/1965	9	13,5
7/1970-2/1971	14	23,6
10/1974-5/1975	8	10,9
2/1999-5/2000	16	26,5
6/2004-1/2007	32	58,2
2/2010-6/2011	17	42,5

b)

Početak-kraj	trajanje	jačina
10/1954-5/1955	8	13,3
7/1955-12/1956	18	37,4
1/1970-1/1971	13	19,4
11/1972-6/1973	8	9,1
6/1981-5/1982	12	19,9
7/1991-4/1992	10	13,8
8/1996-6/2000	47	84,7
6/2001-5/2002	12	29,7
5/2004-8/2006	28	46,4
3/2010-6/2011	16	42,5

c)

Početak-kraj	trajanje	jačina
6/1954-8/1956	27	57,2
1/1970-1/1971	13	23,2
12/1977-7/1978	8	10,8
7/2001-3/2002	9	15,9
8/2004-10/2005	15	22,9
6/2010-3/2011	10	17,6

d)

Početak-kraj	trajanje	jačina
10/1954-5/1955	8	14,3
8/1955-8/1956	14	20,5
1/1970-12/1970	12	19,4
10/1974-11/1975	14	23,9
5/1978-1/1979	9	12,6
10/1980-2/1982	17	23,7
7/1999-6/2000	12	24,9
12/2009-11/2010	12	19,8

e)

Početak-kraj	trajanje	jačina
7/1955-7/1956	13	17,7
3/1970-4/1971	10	15,2
7/1977-3/1978	9	10,8
9/1978-5/1979	9	13,2

8/1981-3/1982	8	10,6
10/1989-5/1990	8	11,0

f)

Početak-kraj	trajanje	jačina
7/1952-8/1953	14	32,1
11/1977-7/1978	9	13,1
7/1983-6/1984	12	18,5
6/2001-11/2003	25	36,8
12/2009-3/2011	16	32,8

g)

Početak-kraj	trajanje	jačina
7/1955-6/1956	12	18,6
5/1970-5/1971	13	29,3
8/1975-7/1976	12	23,1
7/1999-5/2000	11	20,4
8/2005-9/2006	14	21,4
12/2009-11/2010	12	19,9

h)

Početak-kraj	trajanje	jačina
11/1954-8/1956	22	53,9
8/1957-6/1958	11	18,7
8/1959-7/1960	12	17,0
5/1970-4/1971	12	19,7
7/1975-4/1976	12	20,1
9/1981-4/1982	8	10,5
3/1984-11/1984	9	12,5

i)

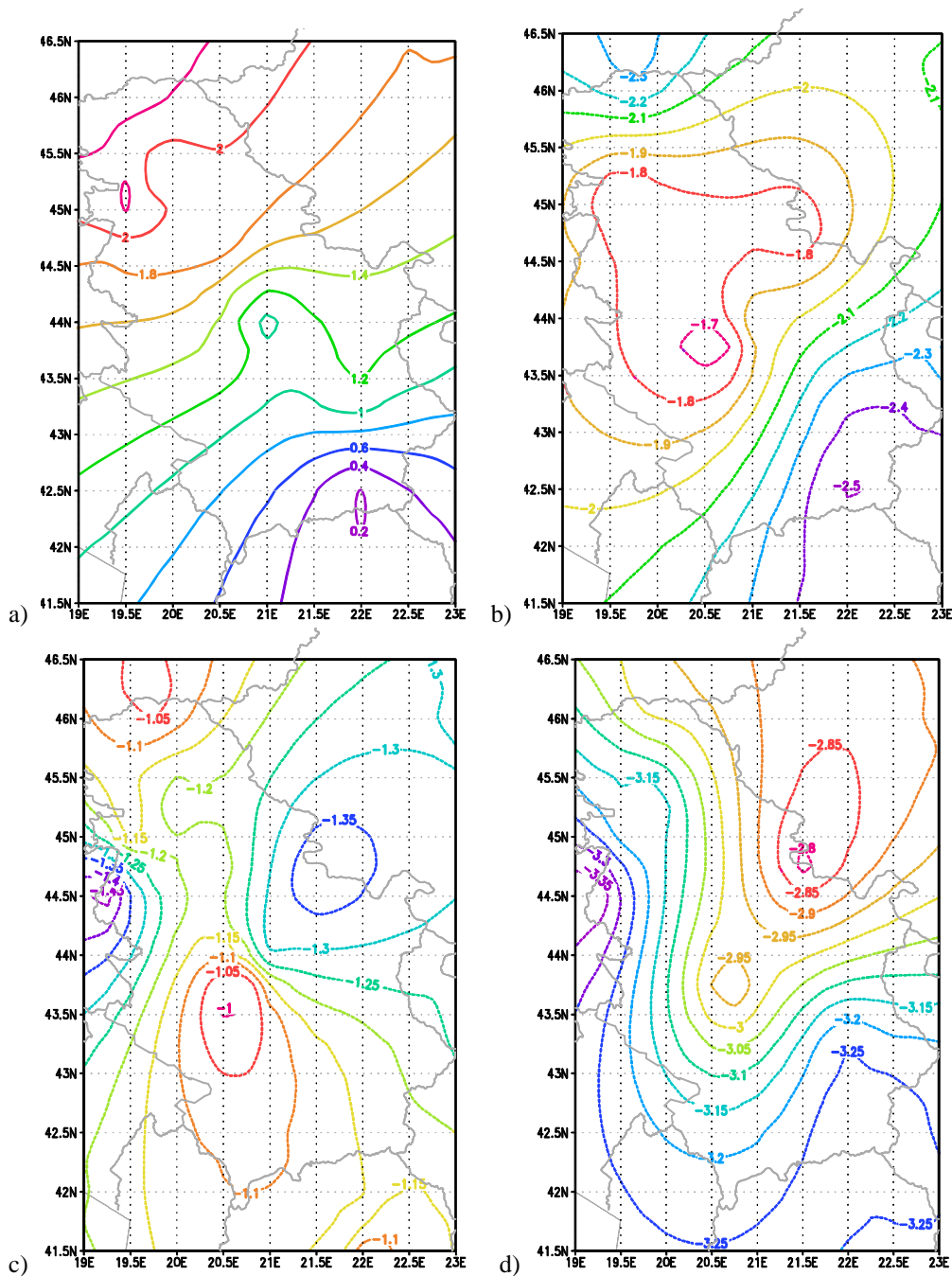
Početak-kraj	trajanje	jačina
4/1955-7/1956	13	30,0
9/1962-4/1963	8	10,8
12/1969-1/1971	14	23,1
6/2004-1/2006	20	32,7
1/2010-3/2011	15	34,2

j)

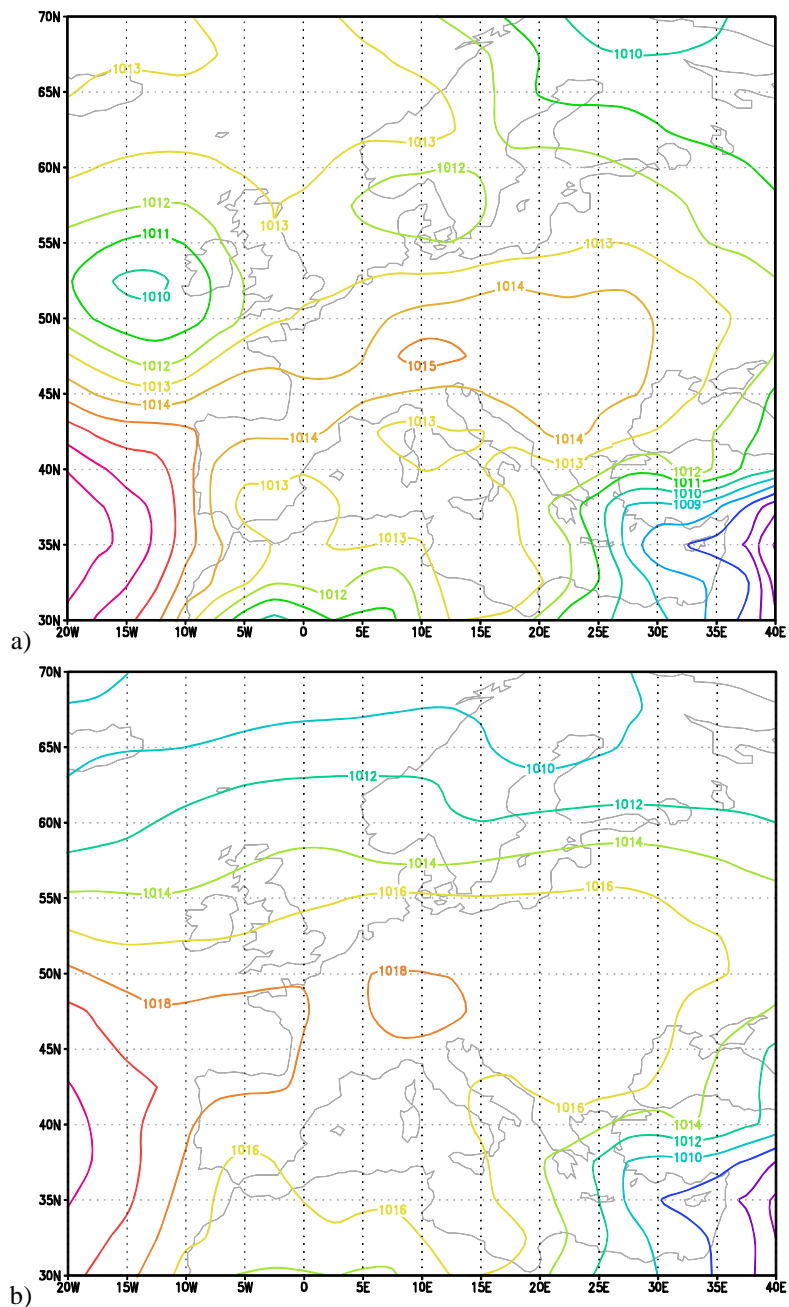
Početak-kraj	trajanje	jačina
9/1955-8/1956	12	23,4
12/1962-11/1963	12	18,4
11/1964-9/1965	11	16,2
3/1973-10/1973	8	13,3
12/1973-8/1974	9	16,3
11/1976-7/1977	9	17,2
9/1989-4/1990	8	9,4
2/2010-2/2011	13	18,9

Tabela 8.3. Kao u tab. 8.2, ali za sušne periode.

a)			11/1985-7/1986			9			-18,8					
Početak-kraj	trajanje	jačina	8/1987-4/1988			9			-17,4					
10/1961-4/1963	19	-33,2												
5/1988-5/1989	13	-22,3												
9/2000-5/2001	9	-22,1												
b)			g)			Početak-kraj			trajanje			jačina		
2/1952-10/1952	9	-17,6	3/1950-5/1951	15	-26,6	6/1990-6/1991	13	-26,5	6/1993-5/1994	12	-19,8	7/2000-5/2001	11	-22,6
5/1962-12/1962	8	-10,6	6/1961-2/1962	8	-14,7	8/1965-5/1966	10	-16,2	6/1972-2/1973	9	-11,7	7/1990-6/1991	12	-26,3
7/1971-6/1972	12	-25,4	8/1965-5/1966	10	-16,2	6/1972-2/1973	9	-11,7	7/1990-6/1991	12	-26,3	5/1993-9/1994	17	-36,8
5/1990-3/1991	11	-16,3	6/1972-2/1973	9	-11,7	7/1990-6/1991	12	-26,3	5/1993-9/1994	17	-36,8	7/2000-5/2001	11	-19,5
c)			h)			Početak-kraj			trajanje			jačina		
3/1952-10/1952	8	-13,8	6/1950-5/1951	12	-27,0	6/1950-5/1951	12	-27,0	7/1961-2/1962	8	-14,7	8/1965-5/1966	10	-16,2
5/1962-12/1962	8	-11,5	7/1961-2/1962	8	-14,7	7/1961-2/1962	8	-14,7	8/1965-5/1966	10	-16,2	6/1972-2/1973	9	-11,7
6/1971-6/1972	13	-28,8	8/1965-5/1966	10	-16,2	8/1965-5/1966	10	-16,2	6/1972-2/1973	9	-11,7	7/1990-6/1991	12	-26,3
5/1988-6/1989	9	-18,0	6/1972-2/1973	9	-11,7	6/1972-2/1973	9	-11,7	7/1990-6/1991	12	-26,3	5/1993-9/1994	17	-36,8
7/1992-7/1993	13	-19,2	7/1990-6/1991	12	-26,3	7/1990-6/1991	12	-26,3	5/1993-9/1994	17	-36,8	7/2000-5/2001	11	-19,5
7/2000-4/2001	10	-24,0	5/1993-9/1994	17	-36,8	7/2000-5/2001	11	-19,5	7/2000-5/2001	11	-19,5	6/2009-5/2010	12	-27,0
d)			i)			Početak-kraj			trajanje			jačina		
6/1950-3/1951	10	-18,0	3/1950-5/1951	15	-31,5	3/1950-5/1951	15	-31,5	4/1952-11/1952	8	-13,2	4/1952-11/1952	8	-13,2
4/1960-11/1960	8	-11,2	4/1952-11/1952	8	-13,2	4/1952-11/1952	8	-13,2	11/1958-7/1959	12	-19,8	11/1958-7/1959	12	-19,8
3/1963-8/1964	18	-28,0	11/1958-7/1959	12	-19,8	11/1958-7/1959	12	-19,8	8/1990-6/1991	12	-20,1	8/1990-6/1991	12	-20,1
10/1973-5/1974	8	-10,1	8/1990-6/1991	12	-20,1	8/1990-6/1991	12	-20,1	7/1961-2/1962	8	-16,2	7/1961-2/1962	8	-16,2
5/1990-4/1991	12	-19,9	7/1961-2/1962	8	-16,2	7/1961-2/1962	8	-16,2	1/1964-12/1964	12	-17,4	1/1964-12/1964	12	-17,4
6/1993-4/1994	11	-15,7	1/1964-12/1964	12	-17,4	1/1964-12/1964	12	-17,4	6/1990-2/1991	9	-15,8	6/1990-2/1991	9	-15,8
10/2000-5/2001	8	-17,2	6/1990-2/1991	9	-15,8	6/1990-2/1991	9	-15,8	6/1993-7/1994	14	-27,0	6/1993-7/1994	14	-27,0
4/2011-12/2011	9	-15,2	6/1993-7/1994	14	-27,0	6/1993-7/1994	14	-27,0	6/2000-10/2001	17	-39,0	6/2000-10/2001	17	-39,0
e)			j)			Početak-kraj			trajanje			jačina		
5/1950-3/1951	11	-18,3	6/1950-2/1951	9	-14,8	6/1950-2/1951	9	-14,8	5/1952-12/1952	8	-14,3	5/1952-12/1952	8	-14,3
1/1989-9/1989	9	-13,5	5/1952-12/1952	8	-14,3	5/1952-12/1952	8	-14,3	1/1972-8/1972	8	-12,3	1/1972-8/1972	8	-12,3
12/1971-7/1972	8	-12,3	1/1972-8/1972	8	-12,3	1/1972-8/1972	8	-12,3	10/1982-5/1983	8	-12,8	10/1982-5/1983	8	-12,8
9/1973-7/1974	11	-19,1	10/1982-5/1983	8	-12,8	10/1982-5/1983	8	-12,8	2/1985-10/1985	9	-11,1	2/1985-10/1985	9	-11,1
9/1990-6/1991	10	-16,6	2/1985-10/1985	9	-11,1	2/1985-10/1985	9	-11,1	7/1990-6/1991	12	-24,2	7/1990-6/1991	12	-24,2
10/1993-5/1994	8	-14,2	7/1990-6/1991	12	-24,2	7/1990-6/1991	12	-24,2	2/1992-6/1994	29	-47,5	2/1992-6/1994	29	-47,5
7/2000-5/2001	11	-20,7	2/1992-6/1994	29	-47,5	2/1992-6/1994	29	-47,5	6/2000-7/2001	14	-32,7	6/2000-7/2001	14	-32,7
f)														
11/1959-8/1960	10	-17,4												
10/1968-6/1969	9	-18,2												



Slika 8.1. Prostorna raspodela: a) SPI1 za jul 1999. god., b) SPI1 za avgust 2000. god., c) SPI3 za novembar 2000. god. i d) SPI12 za decembar 2000. Na x-osi je geografska dužina ($^{\circ}$ E), na y-osi geografska širina ($^{\circ}$ N).



Slika 8.2. Srednji pritisak na nivou mora: a) u avgustu 1999. god. i b) avgustu 2000. god.

Sa sl. 8.2a može se videti da je Srbija bila pod uticajem Dnevskog ciklona (srednja vrednost pritiska na nivou mora je bila oko 1014 hPa). Vlažni uslovi su preovladavali do decembra 1999. god. Ovi uzastopni meseci sa pozitivnim vrednostima SPI1 su bili glavni razlog za pozitivne vrednosti SPI3 od jula do decembra 1999. i pozitivne vrednosti SPI12 do marta 2000. god.

Negativne vrednosti SPI1 su registrovane od januara 2000. god. do februara 2001. god. U većem delu Srbije su bili ekstremno sušni uslovi u avgustu 2000. Gotovo u celoj Srbiji su zabeležene SPI1 vrednosti ispod $-2,0$ osim u centralnom delu gde su vrednosti bile oko $-1,8$ (sl. 8.1b). Jedan od glavnih razloga za manje padavina u avgustu 2000. god. može se videti na sl. 8.2b. Visoke vrednosti pritiska su zabeležene iznad većeg dela centralne Evrope, sa maksimalnom vrednošću od 1022 hPa iznad Azorskih ostrva (nije pokazano). Atmosfersku cirkulaciju je karakterisao anticiklon u zapadnoj Evropi sa grebenom preko centralne Evrope. Pošto se vazduh u anticiklonu spušta, postaje topao i suv. Ekstremno suvo leto (SPI3 u avgustu) je bilo praćeno ekstremno suvom jeseni 2000. godine u Srbiji (sl. 8.1c). Izuzetno jaka suša sa vrednostima SPI12 manjim od $-3,0$ je prvi put registrovana u novembru 2000. god. i nastavila se do maja 2001. god. (nije pokazano). Decembar 2000. god. je takođe bio ekstremno suv (sl. 8.1d). U junu 2001. god. mesečne sume padavina su bile oko normalnih vrednosti i negativne vrednosti SPI12 su preovlađivale u severnoj i južnoj Srbiji, dok su pozitivne vrednosti osmotrene u centralnoj Srbiji (nije pokazano).

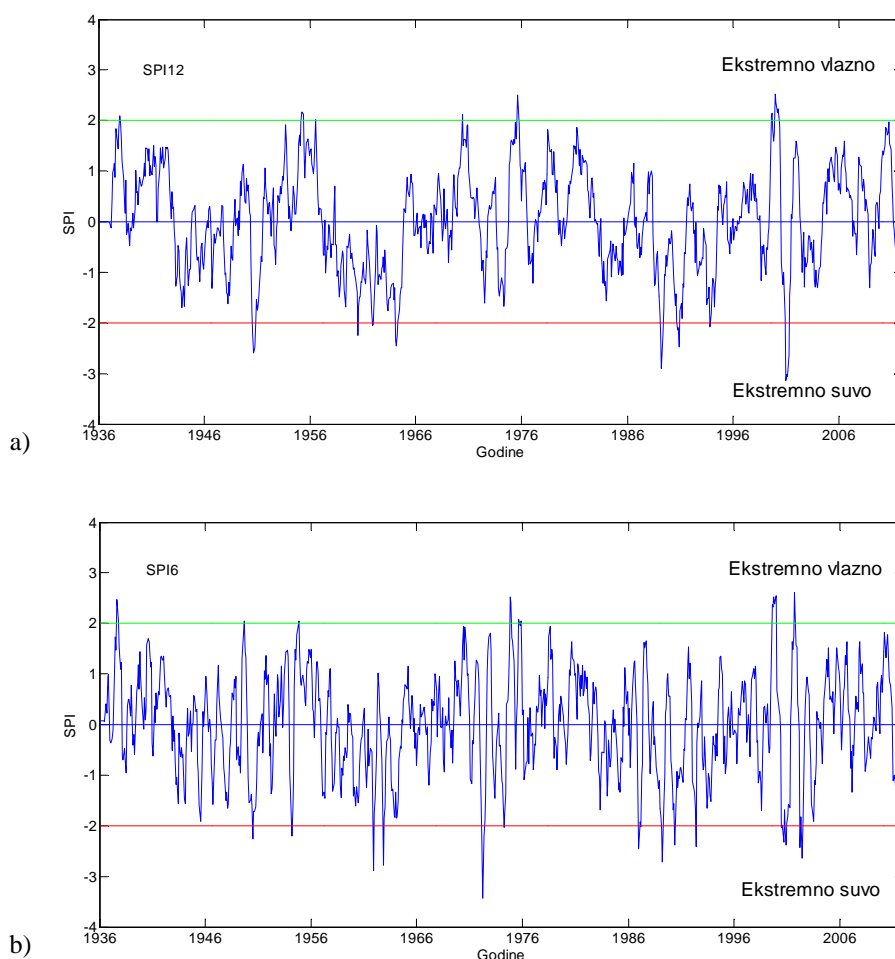
8.4 Analiza vlažnih i sušnih perioda u Beogradu

Da bi proučavali ekstremne događaje, izračunate su vremenske serije SPI (od januara 1936. god. do decembra 2011. god.) u Beogradu za vremenske razmere od 1-, 3-, 6- i 12-meseci. Rezultati su prikazani na sl. 8.3 i 8.4.

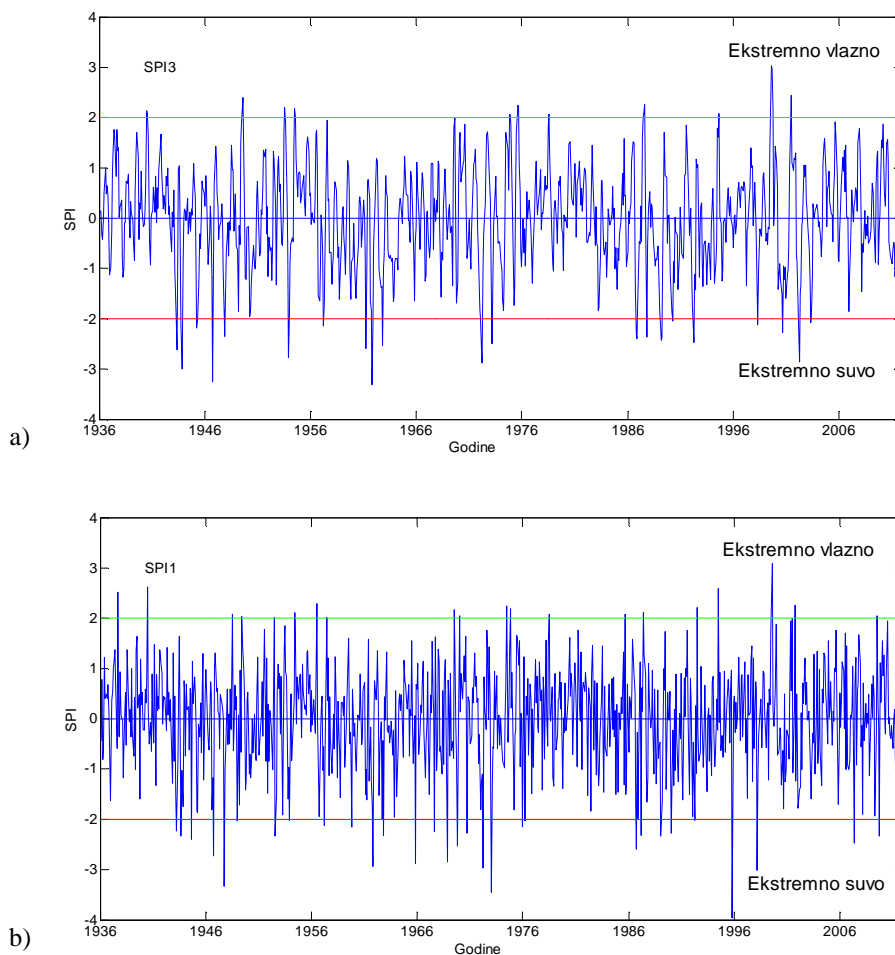
Proučavanje vremenskih serija SPI na 12-mesečnom vremenskom razmeru, je pokazalo da su vlažni uslovi preovladavali u periodima: 1950–1957., 1966–1984., 1995–1999. i 2004–2010. god., isprekidani relativno kratkim periodima sa manje padavina i sušnijim nego normalnim uslovima tokom perioda: 1940–1950., 1957–1965., 1984–1995. i 2000 do 2004. god. Analiza vremenskih serija SPI na 12-mesečnom vremenskom razmeru u Grčkoj (Livada i Assimakopoulos 2007), je pokazala da su vlažni uslovi preovlađivali od 1950. god. do 1956. god. i suvlji od normalnih uslova od 1988. do 2000. god.

Sa sl. 8.3b i sl. 8.4 je očigledno da su vlažni uslovi preovlađivali tokom perioda: 1936–1940., 1950–1957., 1970–1984., 1996–1999. i 2005–2010. god.,

dok su tokom 1940–1950., 1958–1966., 1985–1995. i nakon 2010. god. u Beogradu preovladavali suvlji uslovi. Maksimalna vrednost SPI1 (3.1) je registrovana u julu 1999. god., dok je minimalna vrednost (-3,8) zabeležena u oktobru 1995. god. Tokom jula 1999. god. ekstremno jake kiše (više od 260 mm) u Beogradu i okolini su prouzrokovale poplave (Unkašević i sar. 2004). Minimalna suma padavina je zabeležena u oktobru 1995. god. (0,3 mm). Takođe, avgust 2000. god. je bio izuzetno suv u široj okolini Beograda i u severnoj i istočnoj Srbiji (Unkašević i sar. 2004). Mesečne sume padavina su iznosile između 5 i 10 mm.



Slika 8.3. Vremenske serije SPI vrednosti u Beogradu od 1936. do 2011. god. za vremenske razmere od a) 12 i b) 6 meseci.

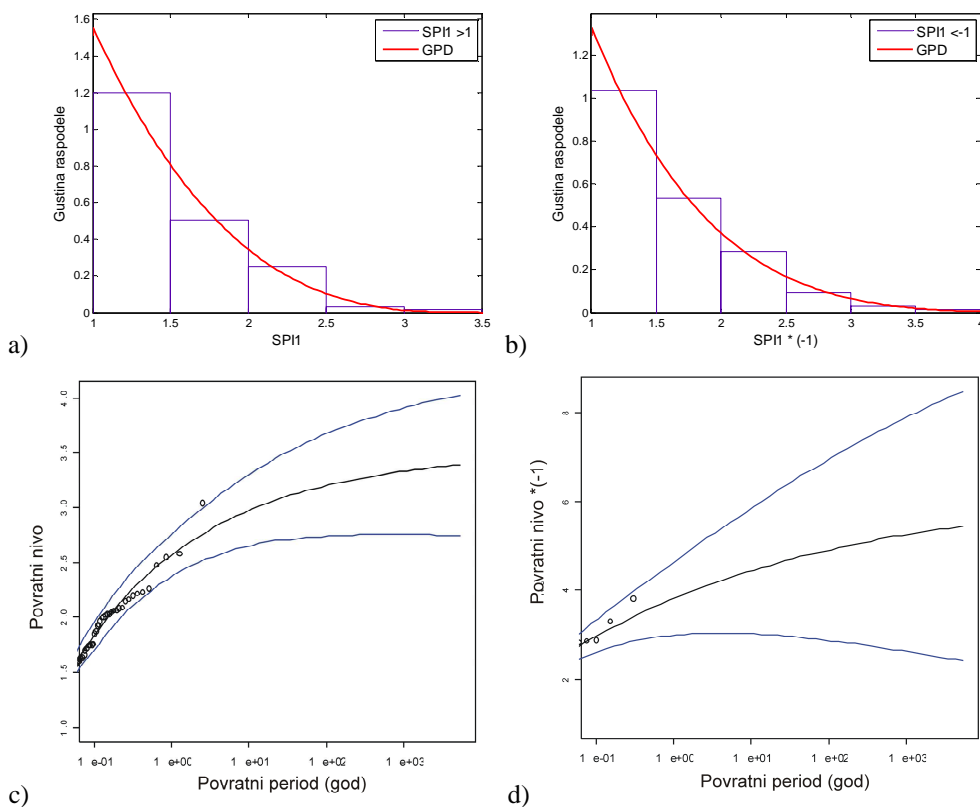


Slika 8.4. Kao na sl. 8.3, ali za vremenske razmere od: a) 3 i b) 1 meseca.

Kao u Srbiji, i južna Rumunija je bila izložena meteorološkoj i hidrološkoj suši u periodima 1943–52., 1958–68. i 1980–99. god. koja je bila isprekidana relativno kratkim periodima od nekoliko godina sa normalnim uslovima (Stefan i sar. 2004). Oni su detektovali jaku vezu između suše u južnoj Rumuniji i NAO faze. Tokom perioda kada je NAO bio u pozitivnoj fazi, osmotrene su manje vrednosti padavina.

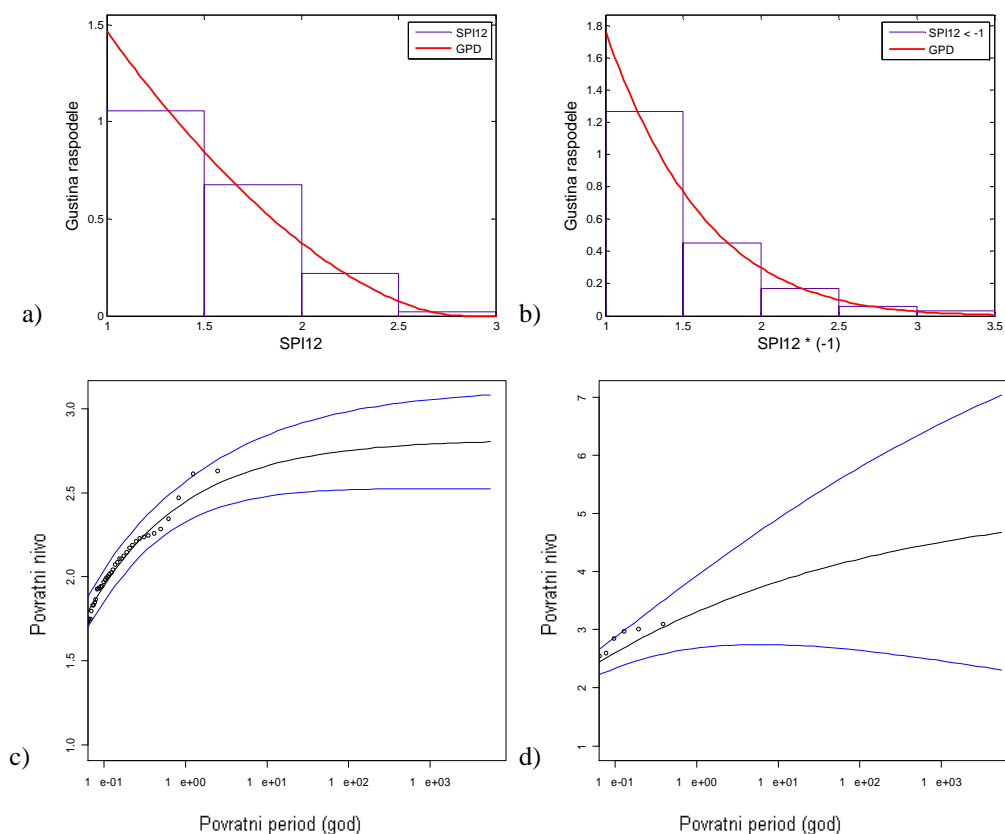
8.5 Analiza ekstremnih vrednosti SPI

U ovom odeljku je primenjena generalizovan Pareto raspodela (GPD) na SPI vrednosti u Beogradu tokom perioda 1936-2011. Za pragove su izabrane vrednosti 1 i -1 , jer nas interesuju umereno vlažni i sušni periodi. Metodom maksimalne verodostojnosti dobijene su sledeće ocene parametara bazirane na SPI1 vrednostima $(\hat{\sigma}, \hat{\xi})=(0,674; -0,282)$ za prag od 1, a $(\hat{\sigma}, \hat{\xi})=(0,683; -0,130)$ za prag od -1 . Funkcije gustine (sl. 8.5a,b) GPD su poređene sa vrednostima histograma većim od izabranih pragova koristeći hi-kvadrat test saglasnosti. Uslov $\chi^2 < \chi_{1;0,05}^2$ je zadovoljen za funkciju gustine za SPI vrednosti manje od -1 , ali ne i za SPI vrednosti veće od 1. Izračunati 100-godišnji i 10-godišnji povratni nivoi su 3,2 i 3,0 za SPI1 vrednosti veće od 1 (sl. 8.5c), a 4,9 i 4,4 za SPI1 vrednosti manje od -1 (sl. 8.5d).



Slika 8.5. GPD primenjena na SPI1 vrednosti sa odgovarajućim graficima povratnih nivoa u Beogradu za: a, c) većim od 1 i b, d) manjim od -1 .

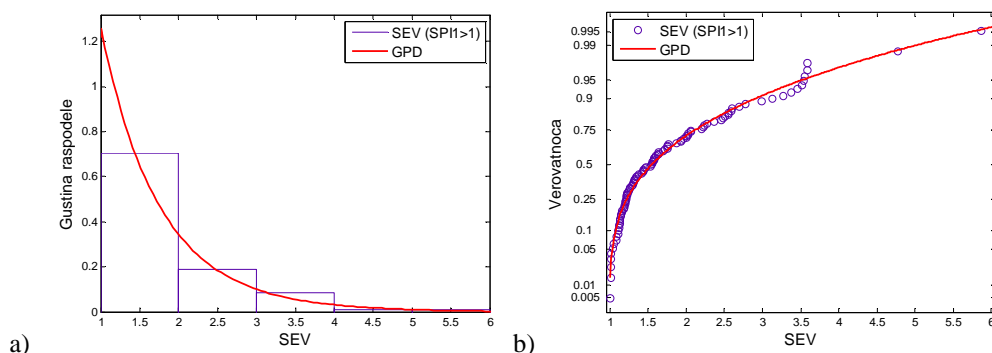
Zatim je GPD fitovana na SPI12 vrednosti (sl. 8.6). Ocene parametara dobijene metodom maksimalne verodostojnosti, bazirane na SPI12 vrednostima, su $(\hat{\sigma}, \hat{\xi})=(0,741; -0,412)$ za izabrani prag 1 i $(\hat{\sigma}, \hat{\xi})=(0,601; -0,144)$ za prag od -1 . Empirijske raspodele su dovele do negativnog parametra oblika. Poredeći funkciju gustinu GPD sa histogramom, dobija se da je uslov $(3,33 < \chi_{1;0,05}^2)$ zadovoljen za SPI vrednosti manje od -1 na nivou značajnosti od 5% (sl. 8.6b). Izračunati 100-godišnji i 10-godišnji povratni nivoi su 2,8 i 2,7 za SPI12 vrednosti veće od 1 (sl. 8.6c), a 4,1 i 3,8 za SPI12 vrednosti manje od -1 (sl. 8.6d).



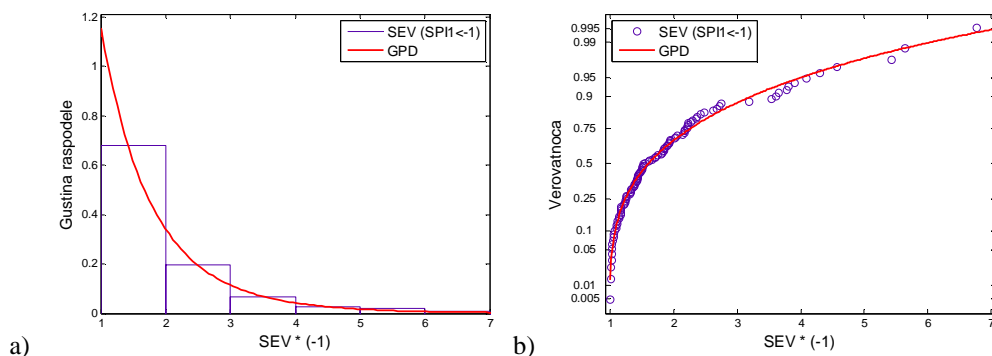
Slika 8.6. Kao na sl. 8.5, ali za SPI12.

Kada se izračuna SPI, moguće je analizirati jačinu i trajanje vlažnih i sušnih perioda koristeći GPD. Ocene parametara dobijene metodom maksimalne verodostojnosti za jačinu vlažnih i sušnih perioda dobijene na osnovu SPI1

vrednosti su $(\hat{\sigma}, \hat{\xi})=(0,785; 0,072)$ za prag od 1 i $(\hat{\sigma}, \hat{\xi})=(0,823; 0,105)$ za izabrani prag od -1 . Kao zadovoljavajući model za jačinu i trajanje vlažnih i sušnih perioda, izabrana je GPD. Na sl. 8.7 i 8.8 su prikazane funkcije gustine sa histogramima i graficima verovatnoće GPD za jačinu vlažnih i sušnih perioda za 1-mesečni vremenski razmer. Sa slika se može videti da je veza između kumulativne verovatnoće GPD i empirijske raspodele za jačinu vlažnih i sušnih perioda zadovoljavajuća. Rezultati hi-kvadrat testa saglasnosti (na 5% nivou značajnosti) za jačinu vlažnih i sušnih perioda potvrđuju da GPD na zadovoljavajući način opisuje empirijsku raspodelu.



Slika 8.7. GPD a) i grafik verovatnoće b) primenjeni na jačinu (SEV) za $SPI1 > 1$ u Beogradu tokom perioda 1936-2011. god.



Slika 8.8. Kao na sl. 8.7, ali za $SPI1 < -1$.

Izračunati 100-godišnji povratni nivoi su 13,3 i 16,8 za izabrane pragove od 1 i -1 . Međutim, GPD ne opisuje dobro empirijske podatke bazirane na $SPI12$ vrednostima većim od 1 ili manjim od -1 . Osim toga, trajanje vlažnih i sušnih perioda se ne može na zadovoljavajući način opisati GPD modelom. Korisno bi

bilo ispitati kako druge teorijske raspodele prate empirijske podatke za jačinu i trajanje vlažnih i sušnih perioda.

Mihajlović (2006) je ustanovio da Gumbelova raspodela na zadovoljavajući način opisuje trajanje meteoroloških suša na vremenskim razmerama od 6- i 12-meseći za stanicu Zagreb u Hrvatskoj.

8.6 Zaključak

Vlažni i sušni periodi su analizirani primenom SPI koristeći mesečne sume padavina. Meteorološki i hidrološki uslovi su procenjeni primenjujući SPI na vremenskim razmerama od 1, 3, 6 and 12 meseci. Dobijeni rezultati su ukazali da suše postaju dugotrajnije idući od severa ka jugu Srbije. Frekvencija suša u južnoj Srbiji je veća nego u ostalim delovima Srbije. Korišćene su mape SPI na različitim vremenskim razmerama da bi se prezentovali izuzetno jaki vlažni i sušni periodi tokom 1999-2001. godine, kao i za njihovu progresiju u vremenu. Koristeći vremenske serije SPI, moguće je ispitati karakteristike jačine i trajanja vlažnih i sušnih perioda u Srbiji. Dobijeni rezultati su pokazali da je GPD odgovarajuća raspodela za SPI vrednosti manjim od -1 za vremenske razmere od 1 i 12 meseci. Pored toga, rezultati hi-kvadrat testa potvrđuju valjanost primene GPD za analizu jačine vlažnih i sušnih perioda za vrednosti SPI1. Međutim, GPD ne opisuje dobro empirijske podatke bazirane na vrednostima SPI12 većim od 1 ili manjim od -1 kao i trajanje vlažnih i sušnih perioda, pa treba testirati i druge raspodele.

Literatura

- Alexander LV, Zhang X, Peterson TC, Caesar J, Gleason B, Klein Tank A, Haylock M, Collins D, Trewin B, Rahimzadeh F, Taghipour A, Kumar Kolli R, Revadekar JV, Griffiths G, Vincent L, Stephenson D, Burn J, Aguilar E, Brunet M, Taylor M, New M, Zhai P, Rusticucci M, Vazquez-Aguirre JL (2006): Global observed changes in daily climate extremes of temperature and precipitation. *J Geophys Res* 111, D05109, doi:10.1029/2005JD006290
- Alexandersson H (1986) A homogeneity test applied to precipitation data. *J Climatol* 6:661-675
- Alexandersson H, Moberg A (1997) Homogenization of Swedish temperature data. Part I: homogeneity test for linear trends. *Int J Clim* 17:25–34
- Bader S (2004) Die extreme Sommerhitze im aussergewöhnlichen Witterungsjahr 2003. *Arbeitsberichte der MeteoSchweiz* 200: 1–23
- Baldi M, Dalu G, Maracchi G, Pasqui M, Cesarone F (2006) Heatwaves in the Mediterranean: A local feature or a large scale effect? *Int J Climatol* 26:1477–1487
- Bartholy J, Pongrácz R (2007) Regional analysis of extreme temperature and precipitation indices for the Carpathian Basin from 1946 to 2001. *Global Planet Change* 57:83–95
- Barnston AG, Livezey RE (1987) Classification, seasonality and persistence of low-frequency atmospheric circulation patterns. *Mon Weather Rev* 115:1083–1126
- Beniston M (2004) The 2003 heatwave in Europe: a shape of things to come? An analysis based on Swiss climatological data and model simulations. *Geophys Res Lett* 31:L02202. doi:10.1029/2003GL018857
- Beniston M, Diaz H (2004) The 2003 heat wave as an example of summers in a greenhouse climate? Observations and climate model simulations for Basel, Switzerland. *Global Planet Change* 44: 73-81
- Berryman JG (1978) Choice of operator length for maximum entropy spectral analysis. *Geophysics* 43: 1384-1391
- Blackman RB, Tukey JW (1959) *The measurement of power spectra*. New York: Dover Publications, 190 pp
- Box GEP, Jenkins GM (1976) *Time series analysis: Forecasting and control*, Holden-Day, 575 pp

- Brabson BB, Lister DH, Jones PD, Palutikof JP (2005) Soil moisture and predicted spells of extreme temperatures in Britain. *J Geoph Res* 110, D05104, doi:10.1029/2004JD005156
- Brázdil R, Šamaj F, Valovič Š (1985) Variation of spatial annual precipitation sums in Central Europe in the period 1881–1980. *J Climatol* 5: 617–631
- Brázdil R, Zolotokrylin AN (1995) The QBO signal in monthly precipitation fields over Europe. *Theor Appl Climatol* 51: 3–12
- Brázdil R, Budíková M, Auer I, Böhm R, Cegnar T, Faško P, Lapin M, Gajić-Čapka M, Zaninović K, Koleva E, Niedźwiedz T, Ustrnul Z, Szalai S, Weber RO (1996) Trends of maximum and minimum daily temperatures in central and southeastern Europe. *Int J Climatol* 16:765–782
- Brown SJ, Caesar J, Ferro CAT (2008) Global changes in extreme daily temperature since 1950, *J Geophys Res* 113, doi:10.1029/2006JD008091
- Brunetti M, Buffoni L, Maugeri M, Nanni T (2000) Trends of minimum and maximum daily temperatures in Italy from 1865 to 1996. *Theor Appl Climatol* 66:49–60
- Castro-Díez Y, Pozo-Vázquez D, Rodrigo FS, Esteban-Parra MJ (2002) NAO and winter temperature variability in southern Europe. *Geophys Res Lett* 29:1160
- Christensen JH, Christensen OB (2003) Severe summertime flooding in Europe. *Nature* 421: 805–806
- Coles SG (2001) *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. London: Springer-Verlag
- Della-Marta PM, Haylock MR, Luterbacher J, Wanner H (2007) Doubled length of western European heat waves since 1880. *J Geoph Res – Atmospheres*, 112, D15103, doi: 10.1029/2007JD0085
- Domonkos P, Kyselý J, Piotrowicz K, Petrovic P, Likso T (2003) Variability of extreme temperature events in south-central Europe during the 20th century and its relationship with large scale circulation. *Int J Climatol* 23:987-1010
- Ducić V, Radovanović M (2005) *Klima Srbije*. Zavod za udžbenike i nastavna sredstva. Beograd, Srbija, str. 212
- Easterling DR, Horton B, Jones PD, Peterson TC, Karl TR, Parker DE, Salinger MJ, Razuvayev V, Plummer N, Jamason P, Folland CK (1997) Maximum and minimum temperature trends for the globe. *Science* 277: 364–367
- ECSN, First European Climate Assessment (1995) ISDN 90-369-2069-8 De Bilt, March 1995

- Founda D, Papadopoulos KH, Petrakis M, Giannakopoulos C, Good P (2004) Analysis of mean, maximum and minimum temperature in Athens from 1897 to 2001 with emphasis on the last decade: trends, warm events and cold events. *Global Planet Change* 44: 27-38
- Founda D, Giannakopoulos C (2009) The exceptionally hot summer of 2007 in Athens, Greece. A typical summer in the future climate? *Global Planet Change*. doi: 10.1016/j.gloplacha.2009.03.013
- Frich P, Alexander LV, Della-Marta P, Gleason B, Haylock M, Klein Tank AMG, Peterson T (2002) Observed coherent changes in climatic extremes during the second half of the twentieth century. *Clim Res* 19: 193–212
- Folland CK, Miller C, Bader D, Crowe M, Jones P, Plummer N, Richman M, Parker DE, Rogers J, Scholefield P, Lee JQ (1999) Workshop on indices and indicators for climate extremes, Asheville, NC, USA, 3–6 June 1997—Breakout group C: temperature indices for climate extremes. *Clim Change* 42:31–43
- Gajić-Čapka M (1994) Periodicity of annual precipitation in different climate regions of Croatia. *Theor Appl Climatol* 49: 213-216
- Garcia JA, Serrano A, M de la Cruz Gallego (2002) A spectral analysis of Iberian Peninsula monthly rainfall. *Theor Appl Climatol* 71:77-95
- Gerstengarbe FW, Werner PC, Rüge U (1999) Katalog der Grosswetterlagen Europas nach Paul Hess und Helmuth Brezowsky 1881–1998. Deutscher Wetterdienst: Offenbach am~Main
- Gilleland E, Katz R, (2005) Tutorial for The Extremes Toolkit: Weather and Climate Applications of Extreme Value Statistics, <http://www.assessment.ucar.edu/toolkit>
- Goubanova K, Li L (2006) Extremes in temperature and precipitation around the Mediterranean basin in an ensemble of future climate scenario simulations. *Global Planet Change*, 57, doi:10.1016/j.gloplacha.2006.11.012
- Hansen JI, Fung I, Lacis A, Rind D, Lebedeff S, Ruedy R, Russell G, Stone P (1988) Global climate changes as forecast by Goddard Institute for Space Studies three-dimensional model. *J Geophys Res* 93:9341-9364, doi:10.1029/88JD00231
- Haykin S, Kesler S (1979) Prediction-error filtering and maximum entropy spectral estimation. In: *Applied Series Analysis*: Findley, IDG (ed) New York: Academic Press, 39-138
- Heino R, Brázdil R, Førland E, Tuomenvirta H, Alexandersson H, Beniston M, Pfister C, Rebetez M, Rosenhagen G, R€oosner S, Wibig J (1999) Progress

- in the study of climatic extremes in Northern and Central Europe. *Clim Change* 42:151–181
- Hemon D, Jouglu E (2003) Estimation de la surmortalité et principales caractéristiques épidémiologiques. Paris: ISERM 25 septembre 2003
- Hess P, Brezowsky H (1952) Katalog der Grosswetterlagen Europas. Ber. Dt. Wetterdienstes in der US-Zone, Nr. 33; 39 pp
- Houghton JT, Ding Y, Griggs DJ, Noguer M, van der Linden PJ, Xiaosu D, Eds (2001) *Climate Change 2001: The Scientific Basis: Contributions of Working Group I to the Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, 881 pp
- <http://unfccc.int/resource/docs/natc/srbnc1.pdf> Initial National Communication of the Republic of Serbia under the United Nations Framework Convention on Climate Change, ed. D. Bozanic and M. Gasperic, The Ministry of Environment and Spatial Planning of Republic of Serbia, 150 pp
- Hurrell JW (1995) Decadal trends in the North Atlantic Oscillation regional temperatures and precipitation. *Science* 269: 676–679
- Huth R, Kyselý J, Pokorná L (2000) A GCM simulation of heat waves, dry spells, and their relationships to circulation. *Clim Change* 46:29–60
- IPCC (2007) *Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* [Solomon, S., D. Qin, M. Manning (eds.)]
- Karl TR, Jones PD, Knight RW, Kukla G, Plummer N, Razuvayev V, Gallo KP, Lindsey J, Charlson RJ, Peterson TC (1993) A new perspective on recent global warming: Asymmetric trends of daily maximum and minimum temperatures. *Bull Amer Meteor Soc* 74: 1007–1023
- Karl TR, Knight RW (1997) The 1995 Chicago heat wave: how likely is a recurrence? *Bull Amer Meteor Soc* 78: 1107–1119
- Karl TR, Nicholls N, Ghazi A (1999) CLIVAR/GCOS/WMO Workshop on indices and indicators for climate extremes. Workshop summary. *Clim Change* 42: 3–7
- Kattenberg A, Giorgi F, Grassl H, Meehl GA, Mitchell JFB, Stouffer RJ, Tokioka T, Weaver AJ, Wigley TML (1996) Climate models – projections of future climate. In: *Climate Change (1995) The science of climate change* (Houghton JT, Filho LGM, Callander BA, Harris N, Kattenberg A, Maskell K, eds). Cambridge and New York: Cambridge University Press, 572 pp

- Katz RW, Brown BG (1992) Extreme events in a changing climate: Variability is more important than averages. *Clim Change* 21:289–302
- Kendall MG (1975) Rank correlation methods. Charles Griffin, London
- Kiktev D, Sexton DMH, Alexander L, Folland CK (2003) Comparison of modeled and observed trends in indices of daily climate extremes. *J Clim* 16:560–3571
- Klein Tank AMG, Wijngaard JB, Können GP, Böhm R, Demarée G, Gocheva A, Mileta M, Pashiardis S, Hejkrlik L, Kern-Hansen C, Heino R, Bessemoulin P, Müller-Westermeier G, Tzanakou M, Szalai S, Pálsdóttir T, Fitzgerald D, Rubin S, Capaldo M, Maugeri M, Leitass A, Bukantis A, Aberfeld R, van Engelen AFV, Forland E, Mielus M, Coelho F, Mares C, Razuvaev V, Nieplova E, Cegnar T, López JA, Dahlström B, Moberg A, Kirchhofer W, Ceylan A, Pachaliuk O, Alexander LV, Petrovic P (2002) Daily dataset of 20th-century surface air temperature and precipitation series for the European Climate Assessment. *Int J Climatol* 22:1441–1453
- Klein Tank AMG, Können GP (2003) Trends in indices of daily temperature and precipitation extremes in Europe, 1946–1999. *J Clim* 16:3665–3680
- Klein Tank AMG, Können GP, Selten FM (2005) Signals of anthropogenic influence on European warming as seen in the trend patterns of daily temperature variance. *Int J Climatol* 25:1-16
- Kostopoulou E, Jones PD (2005) Assessment of climate extremes in the Eastern Mediterranean. *Meteorol Atmos Phys* 89: 69–85
- Kutzbach JE (1967) Empirical eigenvectors of sea-level pressure, surface temperature and precipitation complexes over North America. *J Appl Meteor* 6:791-802
- Kyselý J (2000) Changes in the occurrence of extreme temperature events. PhD thesis, Faculty of Mathematics and Physics, Charles University, Prague; 97 pp (in Czech)
- Kyselý J (2002) Probability estimates of extreme temperature events: stochastic modelling approach vs. extreme value distributions. *Studia Geophys Geod* 46:93–112
- Kyselý J, Domonkos P (2006) Recent increase in persistence of atmospheric circulation over Europe: Comparison with long-term variations since 1881. *Int J Climatol* 26:61–483
- Kyselý J (2009) Recent severe heat waves in central Europe: how to view them in a long-term prospect? *Int J Climatol* doi: 10.1002/joc.1874

- Lana X, Burgueño A (2000) Statistical distribution and spectral analysis of rainfall anomalies for Barcelona (NE Spain). *Theor Appl Climatol* 66: 211-227
- Livada I, Assimakopoulos VD. 2007. Spatial and temporal analysis of drought in Greece using the Standardized Precipitation Index (SPI). *Theor Appl Climatol* 89:143–153
- Ljung GM, Box GEP (1979) The likelihood function of stationary ARMA models. *Biometrika* 66:265-270
- Lorenz EN (1956) Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction. *Sci Rept No 1, Contract AF19 (604)-1566, Dept of Meteorology, MIT, 49 pp*
- Luterbacher J, Liniger MA, Menzel A, Estrella N, Della-Marta PM, Pfister C, Rutishauser T, Xoplaki E (2007) The exceptional European warmth of Autumn 2006 and Winter 2007: Historical context, the underlying dynamics and its phenological impacts. *Geoph Res Lett* 34: L12704
- Maheras P (1985) A factorial analysis of Mediterranean precipitation. *Arch Met Geophys Bioklimatol* 36:1-14
- Maheras P, Vafiadis M (1991) Fluctuations temporelles des precipitations à Sofia et à Thessaloniki durant la dernière période seculaire. *Societa Geogr Italiana XVI: 543-553*
- Mališić J (2002) *Vremenske serije*, Matematički fakultet, Beograd, 304 str
- McKee TB, Doesken NJ, Kleist J (1993) The relationship of drought frequency and duration to time scales. *Preprints, Eighth Conf. on Applied Climatology, Anaheim, CA, American Meteorological Society, 179–184*
- Mearns LO, Katz RW, Schneider SH (1984) Extreme high temperature events: changes in their probabilities with changes in mean temperature. *J Climate Appl Meteor* 23:1601–1608
- Meehl GA, Tebaldi C (2004) More Intense, More Frequent, and Longer Lasting Heat Waves in the 21st Century. *Science* 305:994-997, DOI: 10.1126/science.1098704
- Michaels PJ, Knappenberger PC, Frauenfeld OW, Davis RE (2004) Trends in precipitation on the wettest days of the year across the contiguous USA, *Int J Climatol* 24:1873– 1882
- Mihajlović D (2006) Monitoring the 2003–2004 meteorological drought over Pannonian part of Croatia. *Int J Climatol* 26:2213–2225
- Moberg A, Jones PD, Lister D, Walther A, Alexander LV, Brunet M, Chen D, Della-Marta PM, Jacobeit J, Luterbacher J, Yiou P, Klein Tank AMG, Almarza C, Auer I, Barriendos M, Bergström H, Böhm R, Butler J, Caesar

- J, Drebs A, Founda D, Gerstengarbe FW, Giusi M, Jónsson T, Maugeri M, Österle H, Pandzic K, Petrakis M, Srnec L, Tolasz R, Tuomenvirta H, Werner PC, Wanner H, Xoplaki E (2006). Indices for daily temperature and precipitation extremes in Europe analysed for the period 1901-2000. *J Geophys Res* 111, D22106
- Morala L, Serrano A, Garcia JA (2003) Detecting quasioscillation in the monthly precipitation regimes of the Iberian Peninsula. *Annales Geophys* 21: 819–832
- Oladipo EO (1988) Spectral analysis of climatological time series: On the performance of periodogram, non-integer and maximum entropy methods. *Theor Appl Climatol* 39: 40-53
- Palecki MA, Changnon SA, Kunkel KE (2001) The Nature and Impacts of the July 1999 Heat Wave in the Midwestern United States: Learning from the Lessons of 1995. *Bull Amer Meteor Soc* 82:1353-67
- Pandžić K (1988) Principal Component Analysis of precipitation in the Adriatic-Pannonian area of Yugoslavia. *J of Climatol* 8: 357-370
- Petrović N, Tošić I, Sivčev B (2007) *Klimateske promene, prinos i kvalitet grožđa*. Monografija, Skripta, Beograd, str. 100
- Popović M (2003) *Digitalna obrada signala*. Treće izdanje, Akademska misao, Beograd, 486 str
- Radinović Dj (1968) *Analiza vremena*. Zavod za izdavanje udzbenika Srbije, Beograd, 366 str
- Radinović Dj (1981) *Vreme i klima Jugoslavije*. Univerzitet u Beogradu, IRO Građevinska knjiga, Beograd, Srbija, 423 str
- Radinović Dj (1984) *Klimatologija – opšta i regionalna*. Prirodno-matematički fakultet, Jugoslovenski zavod za produktivnost rada i informacione sisteme, Beograd, Srbija, 236 str
- Ranković S, Radičević D, Sokolović-Ilić G (1981) Osnovne karakteristike raspodele padavina u Jugoslaviji – Prilog Atlasu klime, Sveska 2, Savezni Hidrometeorološki Zavod Jugoslavije, Beograd, Jugoslavija, 226 str
- Reljin I, Jovanović G, Reljin B (2001) The climate signal analysis through linear and non-linear methods, Proc. ISTET-01, Linz (Austria), Aug. 19-22, 2001
- Rodó X, Baert E, Comín FA (1996) Variations in seasonal rainfall in Southern Europe during the present century: relationships with the North Atlantic Oscillation and the El Niño-Southern Oscillation. *Clim Dyn* 13:275-284
- Rodríguez R, Llasat MC, Wheeler D (1999) Analysis of the Barcelona precipitation series 1850-1991. *Int J Climatol* 19:787-801

- Rodríguez-Puebla C, Encinas AH, García-Casado LA, Nieto S (2010) Trends in warm days and cold nights over the Iberian Peninsula: relationships to large-scale variables. *Climatic Change* 100:667–684
- Ropelewski CF, Jones PD (1987) An extension of the Tahiti-Darwin Southern Oscillation index. *Mon Wea Rev* 115:2161–2165
- Schär C, Vidale PL, Lüthi D, Frei C, Häerli C, Linie MA, Appenzeler C (2004) The role of increasing temperature variability in European summer heatwaves. *Nature* 427:332–336
- Sellers WD (1968) Climatology of monthly precipitation patterns in the western United States, 1931-1966. *Mon Wea Rev* 96: 585-595
- Stefan S, Ghioca M, Rimbu N, Boroneant C (2004) Study of meteorological and hydrological drought in southern Romania from observational data. *Int J Climatol* 24:871–881
- Tomozeiu R, Busuioc A, Marletto V, Zinoni F, Cacciamani C (2000) Detection of changes in the summer precipitation time series of the region Emilia-Romagna, Italy. *Theor Appl Climatol* 67: 193-200
- Tomozeiu R, Lazzeri M, Cacciamani C (2002) Precipitation fluctuations during the winter season from 1960 to 1995 over Emilia-Romagna, Italy. *Theor Appl Climatol* 72: 221-229
- Torrence C, Compo GP (1998) A practical guide to Wavelet Analysis. *Bull Amer Meteor Soc* 79:61-78
- Tošić I (2004) Spatial and temporal variability of winter and summer precipitation over Serbia and Montenegro. *Theor Appl Climatol* 77:47-56
- Tošić I, Unkašević M (2004) Periodicity of the annual precipitation totals in Serbia and Montenegro. *Idojaras* 108:265-281
- Tošić I (2005) Analiza vremenskih serija temperature i padavina. Doktorska disertacija. Univerzitet u Beogradu, Fizički fakultet, Institut za meteorologiju, Beograd, 165 str
- Tošić I, Unkašević M (2005) Analysis of precipitation series for Belgrade. *Theor Appl Climatol* 80:67-77
- Tošić I, Unkašević M (2013a) Extreme daily precipitation in Belgrade and their links with the prevailing directions of the air trajectories. *Theor Appl Climatol* 111: 97-107
- Tošić I, Unkašević M (2013b) Analysis of wet and dry periods in Serbia. *Int J Climatol*, poslato
- Unkašević M, Radinović Đ (2000) Statistical analysis of daily maximum and monthly precipitation at Belgrade. *Theor Appl Climatol* 66: 241–249

- Unkašević M, Tošić I, Vujović D (2004) Variability and probability of annual and extreme precipitation over Serbia and Montenegro. *Theor Appl Climatol* 79:103-109
- Unkašević M, Vujović D, Tošić I (2005) Trends in extreme summer temperatures at Belgrade. *Theor Appl Climatol* 82: 199–205
- Unkašević M, Tošić I (2006) Košava. Akademska misao, Beograd, 82 str.
- Unkašević M, Tošić I (2009a) Changes in the extreme daily winter and summer temperatures at Belgrade. *Theor Appl Climatol* 89:239-244
- Unkašević M, Tošić I (2009b) An analysis of heat waves in Serbia, *Global Planet Change* 65:17–26
- Unkašević M, Tošić I (2011a) The maximum temperatures and heat waves in Serbia during the summer of 2007. *Climatic Change* 108:207-223
- Unkašević M, Tošić I (2011b) A statistical analysis of the daily precipitation over Serbia: trends and indices. *Theor Appl Climatol* 106: 69-78
- Unkašević M, Tošić I (2013) Trends in temperature indices over Serbia: relationships to large-scale circulation patterns. *Int J Climatol*, u štampi
- Ulrych TJ, Bishop TN (1975) Maximum entropy spectral analyses and autoregressive decomposition. *Rev Geophys* 13: 183-200
- Vinther BM, Hansen AW, von Storch H (2006) A major deviation from the NAO temperature seesaw pattern, *Geoph Res Lett*
- WMO (1966) Climatic change. Tech Note No 79 WMO Geneva, 79 pp
- Zhang X, Hegerl G, Zwiers F, Kenyon J (2005) Avoiding Inhomogeneity in Percentile-Based Indices of Temperature Extremes. *J Climate* 18: 1641-1651
- Zolina O, Simmer C, Kapala A, Bachner S, Gulev SK, Maechel H (2008) Seasonally dependent changes of precipitation extremes over Germany since 1950 from a very dense observational network, *J Geophys Res* 113, D06110, doi:10.1029/2007JD008393